

**Formelsammlung Ingenieurmathematik I**  
**Analysis 1**

**Binomische Formel**

$$(x + y)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} x^{n-k} y^k$$

**Binomialkoeffizient**

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

**Häufungspunkt**  $p$  von  $(a_n)_{n=0}^{\infty}$

$$\forall \varepsilon > 0 \forall N \exists n > N : |a_n - p| < \varepsilon$$

**Landausches Ordnungssymbol**

$$a_n = \mathcal{O}(b_n) \Leftrightarrow \exists c > 0 \exists N : \left| \frac{a_n}{b_n} \right| \leq c \forall n > N$$

**Grenzwerte**

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left( 1 + \frac{x}{n} \right)^n = e^x$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{n} = 1$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{n!} = \infty$$

**Reihen und Reihenentwicklungen**

$$e^x = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{x^k}{k!}$$

$$\sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} \mp \dots$$

$$\cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} \mp \dots$$

$$\ln 2 = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} \pm \dots$$

$$\frac{\pi}{4} = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} \pm \dots$$

**Injektive Funktion**  $f : D \rightarrow B$

$$x_1 \neq x_2, x_1, x_2 \in D \Rightarrow f(x_1) \neq f(x_2)$$

**Surjektive Funktion**  $f : D \rightarrow B$

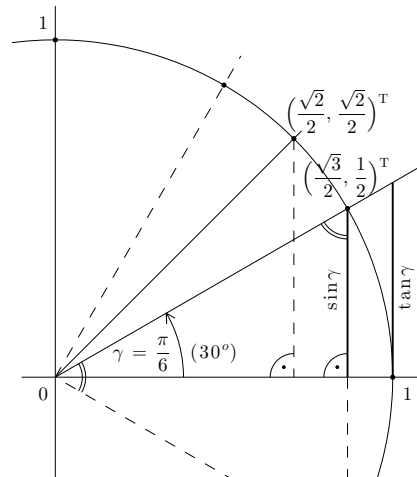
$$\forall y \in B \exists x \in D : f(x) = y$$

**Umkehrabbildung**

$$f^{-1}(y) = x \Leftrightarrow f(x) = y$$

$$\sqrt[m]{b} = a \Leftrightarrow a^m = b \Leftrightarrow \log_a b = m$$

**Trigonometrische Funktionen**



**Eulersche Identität**

$$e^{i\varphi} = \cos \varphi + i \sin \varphi$$

**Trigonometrische Beziehungen**

$$1 = \sin^2 x + \cos^2 x$$

$$\sin(x \pm y) = \sin x \cos y \pm \cos x \sin y$$

$$\cos(x \pm y) = \cos x \cos y \mp \sin x \sin y$$

$$\sin x + \sin y = 2 \cdot \sin \left( \frac{x+y}{2} \right) \cdot \cos \left( \frac{x-y}{2} \right)$$

$$\cos t = \frac{1}{2} (e^{it} + e^{-it})$$

$$\sin t = \frac{1}{2i} (e^{it} - e^{-it})$$

## Hyperbelfunktionen

$$\cosh t = \frac{1}{2}(e^t + e^{-t})$$

$$\sinh t = \frac{1}{2}(e^t - e^{-t})$$

$$\operatorname{arsinh} t = \ln(t + \sqrt{t^2 + 1})$$

$$\operatorname{arcosh} t = \ln(t + \sqrt{t^2 - 1})$$

## Partialbruchzerlegung

$$\frac{p(x)}{(x-x_0)(x-x_1)} = \frac{A}{x-x_0} + \frac{B}{x-x_1},$$

$$\frac{p(x)}{(x-x_0)^k} = \frac{A_1}{x-x_0} + \frac{A_2}{(x-x_0)^2} + \dots + \frac{A_k}{(x-x_0)^k}$$

## Stetigkeit

$f: D \rightarrow B$  heißt stetig in  $x_0 \in D \Leftrightarrow$

$$\forall \varepsilon > 0 \exists \delta > 0 \forall x, x_0 \in D:$$

$$|x - x_0| < \delta \Rightarrow |f(x) - f(x_0)| < \varepsilon$$

## Differentiation

Produktregel  $(uv)' = u'v + uv'$

Kettenregel  $\frac{du}{dx} = \frac{du}{dv} \cdot \frac{dv}{dx}$

$$(x^n)' = n \cdot x^{n-1}, n \neq 0$$

$$(a^x)' = \ln a \cdot a^x, a > 0$$

Ableitung der Umkehrfunktion  $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{\frac{dx}{dy}}$

**Restglied**  $R_n = f(x) - T_n(x)$  zum  $n$ -ten

Taylor-Polynom  $T_n$

$$R_n(x) = \frac{f^{(n+1)}(\xi)}{(n+1)!} (x-x_0)^{n+1}$$

mit  $\xi$  zwischen  $x$  und  $x_0$

## Typische Normen

$$\|f\|_{C([a,b])} = \max_{x \in [a,b]} |f(x)|$$

$$\|f\|_{C^1([a,b])} = \max_{x \in [a,b]} |f(x)| + \max_{x \in [a,b]} |f'(x)|$$

$$\|f\|_{L_2([a,b])} = \left( \int_a^b |f(x)|^2 dx \right)^{\frac{1}{2}}$$

## Integralfunktion

$$I(x) = \int_a^x f(t) dt$$

## Partielle Integration

$$\int u(x)v'(x) dx = u(x)v(x) - \int u'(x)v(x) dx$$

## Spezielle Integrale

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2} dx = \sqrt{\pi}$$

$$\int_0^{\pi} \sin^2 x dx = \frac{\pi}{2}$$

$$\int \ln x dx = x \cdot \ln x - x + c, c \in \mathbb{R}$$

## Ausgewählte Funktionen

$$\text{Dirichlet-Funktion } D(x) = \begin{cases} 1, & x \in \mathbb{Q} \\ 0, & x \notin \mathbb{Q} \end{cases}$$

$$\text{Heaviside-Funktion } H(x) = \begin{cases} 1, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}$$

$$\Gamma\text{-Funktion } \Gamma(x) = \int_0^{\infty} t^{x-1} e^{-t} dt \text{ für } x > 0$$

**p-q-Formel** für  $x^2 + px + q = 0$

$$x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\frac{p^2}{4} - q}$$