



Technische  
Universität  
Braunschweig



FDIBA



TU - Sofia



## Thema 2: Parameterregeln

M. Sc. Joost Bosker

# Nachschüssige Annuität und Rentenbarwertfaktor

## Frage:

Wie lautet der KW eines Investitionsprojekts, das ab diesem Jahr bis zum Jahr T am Ende jedes Jahres einen konstanten Cashflow z erzielt?

## Antwort: Wert einer nachschüssigen Annuität

$$\kappa = \frac{z}{(1+i)^1} + \frac{z}{(1+i)^2} + \dots + \frac{z}{(1+i)^T}$$

$$\Rightarrow (1+i) \cdot \kappa = z + \frac{z}{(1+i)} + \dots + \frac{z}{(1+i)^{T-1}} = \kappa + z - \frac{z}{(1+i)^T}$$

$$\Rightarrow \kappa = z \cdot \text{RBF}(i; T)$$

## Dabei: Rentenbarwertfaktor

$$\text{RBF}(i; T) = \frac{1}{i} \cdot \left( 1 - \frac{1}{(1+i)^T} \right)$$

Der Rentenbarwertfaktor ist nichts anderes als der KW des Cashflows

t	1	2	...	T
z	1	1	...	1

(Begründung?)

# Anwendung von Parameterregeln

## Konkretisierung der Kapitalwertformel mit dem Rentenbarwertfaktor:

$$\kappa = -A_0 + [x \cdot (p - k_v) - K_f] \cdot \text{RBF}(i; T) \quad (\text{Hintergrund?})$$

### Man erkennt in der Formel für $\kappa$ :

$\kappa$  hängt von einer Reihe von Variablen ab, die man als „Parameter“ bezeichnet. Bei diesen Parametern kann es sich um Projekteigenschaften handeln (z.B.  $x$ ) oder um projektexogene Größen (z.B.  $i$ )

### ⇒ Definition von Parameterregeln:

Es geht darum, „kritische Werte“ ( $\kappa = 0$ ) für einen Parameter bei gegebenen Ausprägungen aller übrigen Parameter für alle alternativ realisierbaren Investitionsprojekte zu ermitteln.

Mittels der kritischen Werte werden die Alternativen sodann in eine Rangfolge gebracht.

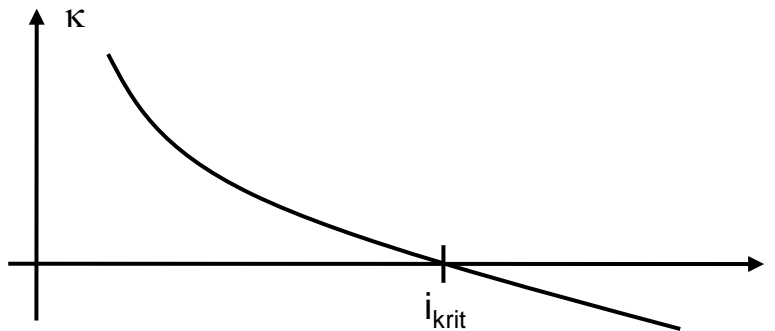
# Beispiele für kritische Werte

- 1) Ermittlung von  $i$  so, dass  $\kappa = 0$   
 $\Rightarrow$  interner Zinsfuß  $i_{\text{krit}}$

Denn:

$$\kappa(i) = -A_0 + [x \cdot (p - k_v) - K_f] \cdot \sum_{t=1}^T \frac{1}{(1+i)^t}$$

ist für positive Einzahlungsüberschüsse streng monoton fallend in  $i$



## Beantwortung der Frage:

Bis zu welchem Marktzins  $i_{\text{krit}}$  lohnt sich die Durchführung des Projekts?

# Beispiele für kritische Werte

2) Ermittlung von  $x$  so, dass  $\kappa = 0$  gilt:

$$x_{\text{krit}} = \frac{A_0 / \text{RBF} + K_f}{p - k_v}$$

⇒ Break-even-Menge

## Beantwortung der Frage:

Ab welcher Absatzmenge  $x_{\text{krit}}$  lohnt sich die Durchführung des Projekts?

3) Ermittlung von  $p$  so, dass  $\kappa = 0$  gilt:

$$p_{\text{krit}} = k_v + \frac{A_0 / \text{RBF} + K_f}{x}$$

⇒ Break-even-Preis

Ab welchem Stückpreis  $p_{\text{krit}}$  lohnt sich die Durchführung des Projekts?

4) Ermittlung von  $T$  so, dass  $\kappa = 0$  gilt:

⇒ Amortisationsdauer

Ab welcher Laufzeit  $T_{\text{krit}}$  lohnt sich die Durchführung des Projekts?

Die Fragen zeigen, dass auf Basis der „kritischen“ Parameter nur die Entscheidung „Projektdurchführung (ja/nein)“ beantwortet werden kann. Ein Projektvergleich ist auf diese Weise nicht ohne weiteres möglich.

# Interner Zinsfuß

## Verdeutlichung der grundsätzlichen Problematik von Parameterregeln anhand des internen Zinsfußes:

### Allgemeiner Ansatz:

$$-A_0 + \sum_{t=0}^T \frac{z_t}{(1+i)^t} \stackrel{!}{=} 0$$

### Probleme bei der Ermittlung von $i_{\text{krit}}$ :

- 1) Gleichung T-ten Grades zu lösen  
⇒ i.d.R. nur näherungsweise möglich
- 2) a) Gleichung besitzt u.U. keine (reelle) Lösung  
b) Gleichung besitzt u.U. mehrere (reelle) Lösungen

⇒ Probleme aus 2) existieren allerdings nicht, wenn eine Normalinvestition vorliegt. Dann gibt es genau ein  $i_{\text{krit}} > -1$ .

# Interner Zinsfuß

## Definition Normalinvestition:

Zahlungsreihe  $z_0, z_1, \dots, z_T$ , die über genau einen Vorzeichenwechsel (vom Negativen ins Positive) verfügt (wichtiger Spezialfall?).

## In diesem Fall resultiert Interpretation des internen Zinsfußes $i_{\text{krit}}$ :

Weil die Kapitalwertkurve fallend verläuft,  
ist  $\kappa \geq 0$  für  $i \leq i_{\text{krit}}$  und  $\kappa < 0$  für  $i > i_{\text{krit}}$ .

Gemäß der oben formulierten Fragen stellt  $i_{\text{krit}}$  den maximal denkbaren Kapitalmarktzins dar, bei dem das Projekt noch durchzuführen wäre.

# Zahlenbeispiel

**3 Projekte** 1, 2 und 3 mit folgenden Zahlungsströmen und risikolosen Zinssatz  $i = 8\%$

	$t = 0$	$t = 1$	$\kappa$	Rang
$z_t^{(1)}$	-100	120	11,11	3
$z_t^{(2)}$	-80	100	12,59	2
$z_t^{(3)}$	-90	112	13,7	1



# Zahlenbeispiel

## Berechnung der internen Zinsfüße

Projekt	$i_{\text{krit}}$	Rang
1	$i_{\text{krit}}^{(1)} = \frac{120 - 100}{100} = 20 \%$	3
2	$i_{\text{krit}}^{(2)} = \frac{100 - 80}{80} = 25 \%$	1
3	$i_{\text{krit}}^{(3)} = \frac{112 - 90}{90} = 24,4 \bar{4} \%$	2

Projekt 1 sollte also genau dann durchgeführt werden, falls für den Kapitalmarktzins gilt:  $i \leq 20 \%$ .

⇒ Einzelentscheidung über die Kenntnis des kritischen Zinssatzes (und des Marktzinssatzes) möglich.

# Fazit

Vergleich der kritischen Parameterwerte kann zu einer Rangfolge führen, die der Rangfolge bei Anwendung der Kapitalwertregel widerspricht.

⇒ **Rangfolgebildung** auf Basis kritischer Parameterwerte **nicht sinnvoll!**

## Somit:

Interne Zinsfüße sind nur geeignet für die Beurteilung, ob ein Projekt grundsätzlich durchgeführt werden sollte.

## Vorgehen:

Vergleich von  $i_{\text{krit}}$  mit Kalkulationszinsfuß  $i$ :

$i_{\text{krit}} > i$ : Projekt durchführen

$i_{\text{krit}} < i$ : Projekt nicht durchführen