

TECHNISCHE UNIVERSITÄT
CAROLO-WILHELMINA ZU BRAUNSCHWEIG



Institut für
Geophysik und extraterrestrische Physik



Versuchsskript

Bestimmung der magnetischen Eigenschaften von zylindrischen Bohrkernproben

Versuch im Rahmen des Fortgeschrittenen-Praktikums

Stand: 4. Oktober 2023

Inhaltsverzeichnis

1. Einleitung	3
1.1. Einführung in die Problemstellung	3
1.2. Versuchsziele	3
1.3. Vorkenntnisse	3
1.4. Besondere Hinweise	3
2. Theoretische Grundlagen	4
2.1. Grundlagen des Magnetismus	4
2.1.1. Induzierte Magnetisierung	5
2.1.2. Remanente Magnetisierung	6
2.2. Das Magnetfeld auf der Erde	8
2.3. Das Fluxgate-Magnetometer	9
3. Versuchsdurchführung	12
3.1. Gerätebeschreibung	12
3.2. Vorbereitung	12
3.3. Messung	14
4. Auswertung	18
4.1. Das Modell zur Anpassung der Daten	18
4.2. Anpassung der Daten	18
4.3. Das r^{-3} -Gesetz	19
5. Aufgaben	21
A. Anhang	I
A.1. Ergänzende Rechnungen	I
A.2. Steuerung des LabView-Programmes	II
A.3. Übersicht wichtiger MATLAB-Funktionen	III
Literaturverzeichnis	V

1. Einleitung

1.1. Einführung in die Problemstellung

Gesteine bestehen aus einer Vielzahl an Mineralen, von denen einige magnetisierbar sind. Dabei treten zwei Arten der Magnetisierung auf: Dies ist zum einen die induzierte Magnetisierung, die das vorhandene äußere Feld (in diesem Fall das Erdmagnetfeld) verstärkt oder abschwächt. Sie kann Aufschluss über den Anteil an magnetisierbaren Mineralen und somit über die Zusammensetzung der Probe geben. Die remanente Magnetisierung ist körperfest. Mit ihrer Hilfe können Gesteinsproben von bekannten Orten datiert oder Informationen über das Erdmagnetfeld zur Entstehungszeit der Probe gewonnen werden.

1.2. Versuchsziele

In diesem Versuch soll die Magnetisierung von Gesteinsproben gemessen und in ihre Anteile getrennt werden. Zudem wird die Suszeptibilität des Gesteins ermittelt.

Das Verfahren zur Messung der magnetischen Anomalie mit Fluxgate-Magnetometern ist noch heute eines der genauesten und empfindlichsten. Es hat deshalb unter anderem auch in diesem Institut einen wichtigen Platz in der Messung von interplanetaren Feldern via Satellit, in Bohrlöchern oder mit Hilfe von Drohnen. Deshalb wird besonderer Wert auf die Darstellung und das Verständnis der Magnetfeldmessung mit diesen Magnetometern gelegt.

1.3. Vorkenntnisse

Paramagnetismus, Diamagnetismus, Ferromagnetismus, Ferrimagnetismus, Permeabilität, Suszeptibilität, Remanenz, Hysterese, magnetisches Moment, Magnetisierung, Induktionsgesetz, Fourier-Reihe, Curie-Temperatur

1.4. Besondere Hinweise

Der Empfindlichkeit der Messgeräte wegen ist während der Messungen darauf zu achten, dass alle metallischen Gegenstände (Uhr, Gürtel, Schlüssel, etc.) oder elektrischen Geräte (vor allem Mobiltelefone) sich nicht in der Nähe des Aufbaus befinden. Es sollten keine elektrischen Lasten ein- oder ausgeschaltet werden. Da sich trotz dieser Vorkehrungen nicht vermeiden lässt, dass sich am Körper Metall befindet (Nieten, Reißverschlüsse, Ösen von Schuhen, etc.), sollten während der Messungen möglichst alle Bewegungen vermieden werden.

2. Theoretische Grundlagen

2.1. Grundlagen des Magnetismus

Ein magnetischer Körper besitzt ein magnetisches Moment $\vec{\mu}$, das für einen Dipol beschrieben werden kann als

$$\vec{\mu} = m\vec{l} \quad [\vec{\mu}] = \text{A m}^2 \quad (2.1)$$

(Gerthsen and Meschede, 2006, S. 363). Dabei ist m die Polstärke der magnetischen Pole und \vec{l} deren Abstand, wobei \vec{l} in Richtung Südpol zeigt. Eine Möglichkeit zur Beschreibung des magnetischen Zustandes eines Körpers ist die Magnetisierung

$$\vec{M} = \frac{d\vec{\mu}}{dV} \quad [\vec{M}] = \frac{\text{A}}{\text{m}} \quad (2.2)$$

welche mit der magnetische Feldstärke \vec{H} über den Proportionalitätsfaktor χ zusammenhängt

$$\vec{M} = \chi\vec{H} + \vec{M}_{\text{rem}} = \vec{M}_{\text{ind}} + \vec{M}_{\text{rem}}. \quad (2.3)$$

Dieser Faktor wird als Suszeptibilität bezeichnet, ist einheitenlos und materialabhängig. Die Suszeptibilität ist ein Maß dafür, wie gut sich ein bestimmtes Material magnetisieren lässt. \vec{M}_{rem} bezeichnet die remanente Magnetisierung, die auch in Abwesenheit eines externen Feldes besteht, während \vec{M}_{ind} die durch das externe Feld erzeugte Magnetisierung darstellt. Ein Magnetfeld wird oft durch die magnetische Flussdichte

$$\vec{B} = \mu_0\mu_r\vec{H} + \mu_0\vec{M}_{\text{rem}} \quad (2.4a)$$

$$= \mu_0(\chi + 1)\vec{H} + \mu_0\vec{M}_{\text{rem}} \quad (2.4b)$$

$$= \mu_0(\vec{H} + \vec{M}_{\text{ind}} + \vec{M}_{\text{rem}}) \quad (2.4c)$$

beschrieben. Hierbei sind $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ N A}^{-2}$ die Permeabilität des Vakuums und μ_r die stets positive relative Permeabilität (Gerthsen and Meschede, 2006, S. 391; Tipler et al., 2015, S. 894 ff.). Die Einheit der magnetischen Flussdichte ist das Tesla

$$[\vec{B}] = \text{Wb m}^{-2} = \text{T}.$$

Entmagnetisierung In einem magnetisierten Körper weisen die einzelnen Atome magnetische Momente auf, die in einer vereinfachten Darstellung als Dipole betrachtet werden können. Geht man von einer gesättigten Magnetisierung aus, so sind alle Momente gleich ausgerichtet, weshalb sich die einzelnen Pole innerhalb des Körpers kompensieren. Somit bleiben effektiv nur noch magnetische Pole an der Körperoberfläche übrig, die ein dem äußeren Feld \vec{H}_0

entgegengesetztes Entmagnetisierungsfeld \vec{H}_d erzeugen. Beschrieben wird die Entmagnetisierung über einen skalaren, dimensionslosen Entmagnetisierungsfaktor N . Damit ergibt sich für die Magnetisierung

$$\begin{aligned}\vec{M} &= \chi \left(\vec{H}_0 - N\vec{M} \right) \\ &= \frac{\chi \vec{H}_0}{1 + \chi N}.\end{aligned}\tag{2.5}$$

Die Entmagnetisierungsfaktoren entlang einer Körperachse liegen immer im Bereich $0 \dots 1$. Dabei gilt

$$N_x + N_y + N_z = 1.\tag{2.6}$$

Die Stärke von H_d ist dabei proportional zur Flächendichte der Pole an den sich gegenüberliegenden Seiten und antiparallel zu deren Entfernung. Bei einer Kugel ist diese Flächendichte konstant, sodass $N_x = N_y = N_z = \frac{1}{3}$ gilt. Betrachtet man einen Ellipsoiden, so sieht man, dass sie an den Flächen senkrecht zur langen Halbachse geringer ist als entlang der kurzen Halbachsen (Clauser, 2016, S. 241 ff.). Dementsprechend ist der Entmagnetisierungsfaktor entlang der langen Halbachse kleiner als der entlang der kurzen Halbachsen. Somit ist N eine rein geometrieabhängige Größe.

2.1.1. Induzierte Magnetisierung

Das Verhalten eines Körpers in Anwesenheit eines externen Magnetfeldes wird bestimmt durch das Verhalten der magnetischen Momente der Elementarmagneten, die sich auf unterschiedliche Art und Weise anordnen können. Hier unterscheidet man fünf Arten von Magnetismus (Schön, 1983, S. 46 ff.).

Diamagnetische Materialien besitzen eine dem Hintergrundfeld entgegengesetzte Magnetisierung, da sich die magnetischen Momente entgegen dem externen Feld ausrichten. Die Suszeptibilität ist daher bei Diamagneten negativ (Gerthsen and Meschede, 2006). In einem Paramagneten sind die magnetischen Momente ungeordnet und interagieren kaum miteinander. Nur wenn ein externes Feld angelegt ist, richten sich die Momente an diesem aus und verstärken es. Oberhalb der paramagnetischen Curie-Temperatur Θ geht dieses Verhalten verloren (ebd., S. 392 ff.). In einem Ferromagneten bilden sich sogenannte Domänen, in denen sich die magnetischen Momente parallel ausrichten. Die Änderung der Ausrichtung der Domänen erfordert aufgrund der räumlich größeren Korrelation mehr Energie als die Ausrichtung der einzelnen Momente ohne Domänen. Richtet man die prinzipiell statistisch verteilten Domänen parallel aus, bleibt diese magnetische Ordnung auch nach dem Abschalten des externen Feldes bestehen. Diese von einem externen Feld unabhängige Magnetisierung bezeichnet man als remanente Magnetisierung (ebd., S. 393 ff.). In einem Antiferromagneten sind die magnetischen Momente antiparallel angeordnet, wodurch der Körper unmagnetisch erscheint. Bei steigender Temperatur ähnelt das Verhalten dem eines Ferrimagneten (ebd., S. 398). Der Ferrimagnetismus ist die für Gesteine wichtigste Art des Magnetismus, bei dem Domänen mit parallel sowie mit antiparallel ausgerichteten Momenten existieren. Das Verhalten ähnelt daher einem Ferromagneten, zeigt jedoch eine schwächere Magnetisierung (ebd., S. 398 ff.). Gesteine weisen eine sehr große Bandbreite in der Suszeptibilität auf. Dabei kann selbst innerhalb einer Gesteinsart die Suszeptibilität um mehrere Größenordnungen variieren, was durch die mineralogische Zusammensetzung eines

Gesteins sowie die Verteilung der Minerale im Gestein verursacht wird. Generell kann man jedoch sagen, dass sie bei magmatischen Gesteinen im Mittel höher ist als bei Sedimenten. Einen Überblick gibt die Abbildung 2.1. Die induzierte Magnetisierung kann zusammen mit weiteren Untersuchungen Aufschluss über die magnetischen Bestandteile einer Gesteinsprobe geben.

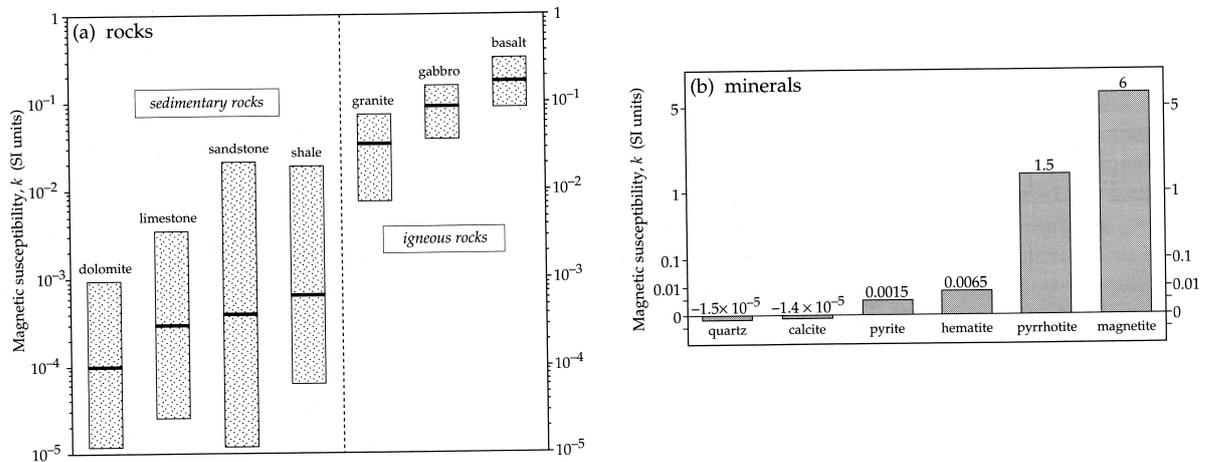


Abbildung 2.1.: Suszeptibilitätsbereiche einiger wichtiger Gesteinsarten und Minerale (Lowrie, 2007).

2.1.2. Remanente Magnetisierung

Ferro- und ferrimagnetische Stoffe können unter bestimmten Voraussetzungen eine remanente Magnetisierung erhalten, die auch in Abwesenheit eines externen Magnetfelds bestehen bleibt. Remanente Magnetisierung wird durch externe Magnetfelder aufgeprägt, wobei dies nicht nur künstlich durch Heranführung an Permanentmagneten oder die Aufprägung in einem Spulensystem geschehen kann, sondern auch durch natürliche Prozesse, die im Folgenden kurz beschrieben werden.

Entstehung natürlicher remanenter Magnetisierung Natürliche remanente Magnetisierung (NRM) kann auf verschiedene Arten entstehen. Die wichtigste und stärkste NRM-Art ist die thermoremanente Magnetisierung, bei der ein Gestein die remanente Magnetisierung beim Abkühlen unterhalb der Curie-Temperatur annimmt. Die Magnetisierung ist jedoch aufgrund der thermischen Bewegung der Atome instabil und bleibt erst unterhalb der sogenannten *blocking temperature* fest. Diese liegt im Allgemeinen jedoch nur wenige Kelvin unterhalb der Curie-Temperatur. Sinken Magnetitkörner oder vergleichbare magnetische Partikel langsam auf den Grund einer Wasserfläche (Sedimentation), dann richten sich diese Partikel am dort herrschenden Magnetfeld aus und verbleiben in dieser Ausrichtung. Die dadurch entstehende Remanenz wird als Sedimentationsmagnetisierung (DRM) bezeichnet. Auch chemische Reaktionen oder Veränderungen der Gitterstruktur von Gesteinen können in diesem eine remanente Magnetisierung hervorrufen. Dies sind entsprechend die chemische, isothermale und Druckremanenz (Schön, 1983, S. 59 ff.; Lowrie, 2007, S. 299 ff.).

Durch die Orientierung der remanenten Magnetisierung in Bohrkernen erhält man Aufschluss über die Geschichte des Gesteins und der Erde. Wenn bekannt ist, wie der Bohrkern ursprünglich

orientiert war, lässt sich aus der Richtung und Stärke der remanenten Magnetisierung der Probe die Richtung des Erdmagnetfeldes sowie dessen Stärke berechnen. Ordnet man die Gesteinsschichten geologischen Epochen zu und berechnet die Position des geozentrischen magnetischen Pols, so scheint dieser Pol mit der Zeit zu wandern. Rechnet man diese Polwanderung zurück auf einen axialen Dipol und geht stattdessen von einer Verschiebung des Gesteins aus, erhält man den Beweis für die Kontinentaldrift-Hypothese von Alfred Wegener. Da das Erdmagnetfeld im Laufe der Erdgeschichte mehrmals seine Richtung umgekehrt hat, lässt sich durch die Abfolge und Dauer der einzelnen Abschnitte das Alter einer Gesteinsschicht bestimmen (Clauser, 2016, S. 242 ff.). Einen Überblick über die induzierte und remanente Magnetisierung einiger wichtiger Gesteine gibt Tabelle 2.1.

Tabelle 2.1.: Induzierte und remanente Magnetisierung einiger Gesteinsarten in $\frac{\text{A}}{\text{m}}$ (Knödel et al., 2005, S. 20).

	M_i	mittlere M_i	M_r	mittlere M_r
<i>Ultrabasische Gesteine</i>				
Pyroxenit	0,01 - 0,45	0,1 - 0,2		
Serpentinit	0,5 - 10	0,75	0,2 - 0,8	0,6
<i>Basische Gesteine</i>				
Basalt	0,01 - 100	0,02 - 1,5	0,01 - 200	0,05 - 3
Diabas	0 - 3,5	0,04 - 0,9	0 - 4	0,05 - 0,9
Gabbro	0,05 - 3		0,2 - 30	
<i>Intermediäre und saure Gesteine</i>				
Diorit	0 - 1,5		0 - 0,003	
Porphyrit	0 - 0,3			
Granit	0 - 2,2	0,03 - 0,5	0 - 9	
<i>Metamorphe Gesteine</i>				
Amphibolit	6 0 - 1,3		0 - 1,6	
Gneis	0 - 1,8	0,01 - 0,75	0 - 2	0,01 - 1,4
<i>Sedimente</i>				
	0 - 0,4		0 - 0,4	
<i>Magnetische Erze</i>				
Magnetit	20 - 1000	20	30 - 1000	
Magnetkies	0,3 - 50			2
Hämatit	0 - 0,9		0,1 - 0,25	
Chromit	0,01 - 2		0,02 - 30	

Königsberger Faktor Der Königsberger Faktor bezeichnet das Verhältnis zwischen remanenter und induzierter Magnetisierung.

$$Q = \frac{M_{\text{rem}}}{M_{\text{ind}}} \quad (2.7)$$

Für $Q > 1$ dominiert die remanente, für $Q < 1$ die induzierte Magnetisierung. Unterschiedliche Gesteine weisen dabei unterschiedliche Werte von Q auf. So liegen zum Beispiel Basalte typischerweise bei $5 \lesssim Q \lesssim 10$, während Sedimente Werte um 0,1 aufweisen. Mit zunehmendem

Alter der Probe sinkt Q aufgrund der langsam schwächer werdenden Remanenz ab. In der Paläomagnetik gibt der Königsberger Faktor somit auch einen Hinweis auf die Verwertbarkeit der Daten, wobei Proben mit $Q < 0,01$ in der Regel keine in der Paläomagnetik brauchbaren Ergebnisse liefern (Soffel, 1991, S. 241). Im Allgemeinen ist bei ozeanischen Basalten $Q \gg 1$, weshalb man bei Untersuchungen der ozeanischen Kruste die induzierte Magnetisierung vernachlässigt, bei der Erzprospektion auf der kontinentalen Kruste sind eher grobkörnige Magnetitkörner mit hoher Suszeptibilität und geringer Remanenz zu erwarten ($Q \ll 1$), weshalb in diesem Fall die remanente Magnetisierung vernachlässigt wird (Clauser, 2016, S. 238 ff.).

2.2. Das Magnetfeld auf der Erde

Das Erdmagnetfeld ist ein natürliches Feld, das sich aus drei Anteilen zusammensetzt. Der größte Anteil ist das im äußeren Kern der Erde mittels eines Dynamoprozesses erzeugte Hauptfeld. Dieses Feld fluktuiert über einen Zeitraum von Jahren (Knödel et al., 2005, S. 17). Das Außenfeld, der zweite Anteil, beschreibt unter anderem die Einflüsse der Atmosphäre und der Sonne und variiert in Zeiträumen von Bruchteilen von Sekunden bis hin zu einigen Tagen. Die Ursachen hierfür sind beispielsweise Ströme in der Ionosphäre, magnetische Stürme oder Sonneneruptionen, die Störungen im Bereich von einigen Hundertstel bis hin zu einigen tausend Nanotesla bewirken (siehe Tabelle 2.2). Den dritte Anteil des Magnetfeldes bilden lokale Anomalien, die durch magnetische Mineralien im Boden (z. B. Magnetitkörner), Erze oder auch metallische Störkörper anthropogenen Ursprungs verursacht werden. Diese Störkörper können sowohl remanente als auch induzierte Magnetisierung aufweisen.

Da die Messungen im Rahmen dieses Versuchs stationär erfolgen ist eine Korrektur der lokalen Variationen nicht nötig. Dennoch sollte bei der Wahl des Standortes für die Messungen ein magnetisch ruhiger Ort gewählt werden, an dem möglichst keine Störfelder durch elektrische Geräte, Stromleitungen oder Elektromotoren vorhanden sind. Damit soll das Hintergrundrauschen (wie zum Beispiel das 50 Hz-Rauschen von Stromleitungen) vermieden und somit das Signal-Rausch-Verhältnis verbessert werden. Die zeitlichen Variationen durch das Außenfeld (siehe Tabelle 2.2) haben Wellenlängen in der Größenordnung von Kilometern. Da zwei Magnetometer verwendet werden, deren Abstand klein gegenüber typischen Wellenlängen dieser Variationen ist, können diese als räumlich homogen betrachtet werden und erzeugen dementsprechend in beiden Sensoren ein identisches Signal. Dadurch ist eine Korrektur dieser Störungen möglich.

Tabelle 2.2.: Ursachen und Wirkungen einiger typischer Variationen des Erdmagnetfeldes (Lindner et al., 1984).

Periode bzw. Dauer	Bezeichnung	Intensität	wahrscheinliche Ursache
11 a	Sonnenflecken-Zyklus-Variation	bisher nicht absolut gemessen	wechselnde Ionisation der Ionosphäre durch variable UV-Strahlung der Sonne
24 h	sonnentägige Variation	einige 10 nT	Ionosphärenströme, induziert durch Gezeitenbewegung der Ionosphäre im Erdmagnetfeld
12,5 h	mondtagige Variation	einige nT	
(1...3) d	magnetischer Sturm	maximal einige 1000 nT	durch von der Sonne kommende Partikel ausgelöster äquatorialer Ringstrom
max. 1 h	Sonneneruptionseffekt	einige nT bis einige 10 nT	solare UV-Strahlung in Verbindung mit Eruptionen der Chromosphäre
(20...120) min	Bai-Störung	einige 10 nT bis einige 100 nT	intensive Ionosphärenströme in der Polarlichtzone, vor allem auf der Nachtseite
(6...300) s	Pulsationen, Oszillationen	0,01 nT bis einige 10 nT	magneto-hydrodynamische Wellen, Eigenschwingungen der Ionosphäre usw.

2.3. Das Fluxgate-Magnetometer

Das Fluxgate-Magnetometer, auch Saturationskern-Magnetometer oder Förster-Sonde genannt, beruht auf der Ausnutzung der magnetischen Hysterese. Hierbei werden hochpermeable Spulenkern periodisch bis in die Sättigung aufmagnetisiert (Richter, 2017).

Ein Fluxgate-Magnetometer besteht aus zwei hochpermeablen Kernen, um die jeweils eine Erreger- und eine Empfängerspule gewickelt sind. Die Erregerpulven sind dabei gegensinnig gewickelt. Abbildung 2.2 zeigt den beschriebenen Aufbau für einen in diesem Versuch verwendeten Fluxgate-Sensor. Über einen Generator wird ein Wechselstrom mit einer Frequenz von 10 kHz erzeugt, der in die beiden Erregerpulven fließt. Das Signal induziert eine Spannung in der Empfängerspule, welche proportional zu $\dot{B}(H)$ ist und anschließend gleichgerichtet. Bei einer idealen Hysterese lässt sich die Hysteresekurve näherungsweise schreiben als

$$B(H) = 3H - H^3 \quad (2.8)$$

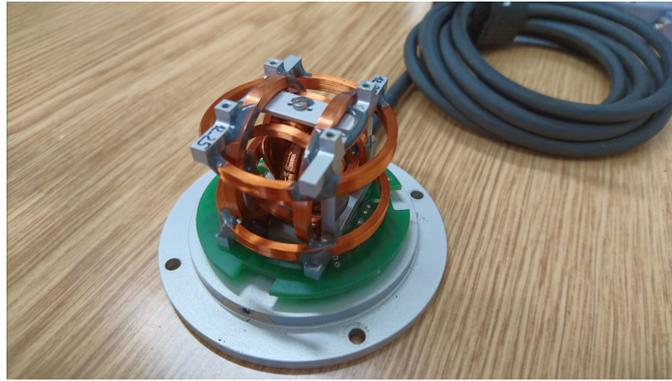


Abbildung 2.2.: Dreikomponentiges Fluxgate-Magnetometer der Firma Magson. Das Gehäuse des Sensors ist hier abgenommen worden und der Aufbau freigelegt. In jeder der drei Raumrichtungen dienen je zwei Spulen zur Messung des Magnetfeldes.

wobei

$$|H| \leq 1 = H_S \quad (2.9)$$

gilt. H_S ist hierbei die Sättigungsfeldstärke. Das Magnetfeld in den Empfängerspulen besteht aus dem Wechselfeld H_1 aus der Erregerspule und dem Hintergrundfeld H_0

$$H(t) = H_0 + H_1 \sin(\omega t). \quad (2.10)$$

Mithilfe der Moivre-Formeln (Kerner and Wahl, 2007, S. 70) erhält man für die Ableitung von $B(H)$

$$-U_{\text{ind}} \propto \frac{dB}{dt} \quad (2.11)$$

$$= 3H_1 \left(1 - H_0^2 - \frac{1}{4}H_1^2 \right) \omega \cos(\omega t) - 3H_0H_1^2\omega \sin(2\omega t) + \frac{3}{4}H_1^3\omega \cos(3\omega t). \quad (2.12)$$

Wie man sieht, ist gerade die zweite Harmonische, also der Term mit der doppelten Frequenz, proportional zum Hintergrundfeld H_0 . Da die beiden Erregerspulen gegensinnig gewickelt sind, hat auch das erzeugte Feld H_1 unterschiedliche Vorzeichen. Addiert man die Induktionsspannungen (Gleichung 2.12) beider Spulen, so heben sich die Terme mit ungeraden Potenzen von H_1 gegenseitig auf und es bleibt nur noch die zweite Harmonische übrig. Um diesen Effekt auszunutzen, wird die Summe beider Induktionsspannungen gemessen.

Zur Veranschaulichung des physikalischen Prinzips dient Abbildung 2.3 anhand einer idealisierten Hysteresekurve $B(H)$ (2.3 a). $B(t)$ (2.3 b) erhält man, indem man die Werte des Erregerfeldes H punktweise an der $B(H)$ -Kurve spiegelt. Daher ist $H(t)$ (2.3 c) auch über einer vertikalen Zeitachse aufgetragen. Die durchgezogenen Kurven ($H_0 = 0$) gelten für ein rein sinusförmiges Erregerfeld, die punktierten Kurven ($H_0 \neq 0$) dann, wenn ein Gleichfeld hinzukommt. Daraus ergeben sich die Funktion $\frac{dB}{dt}$ (2.3 d) und ihre Fourier-Zerlegung (2.3 e). Wie auch aus 2.12 erkennbar, treten die 1. und 3. Harmonische auf jeden Fall auf, die 2. hingegen nur für ($H_0 \neq 0$) (Kertz, 1969, S. 171 ff.).

Die in diesem Versuch verwendeten Sensoren bestehen aus Ringkernen mit einer um den Kern gewickelten Erregerspule sowie je einem Satz Empfänger- und Kompensationsspulen, die

Helmholtzspulen entsprechen. In der Ausführung mit Empfänger- und Kompensationsspulen werden letztere so betrieben, dass sie genau das von den Empfänger-Spulen gemessene Feld kompensieren sollen. Damit wird garantiert, dass der lineare Bereich der Hysteresekurve nicht verlassen wird. Für die Berechnung von H_0 wird dementsprechend der in die Kompensationsspulen eingespeiste Strom verwendet, der nötig ist, die 2. Harmonische auf Null zu reduzieren. Diese Methode erhöht die Genauigkeit der Magnetfeldmessungen gegenüber dem nicht kompensierten Sensor.

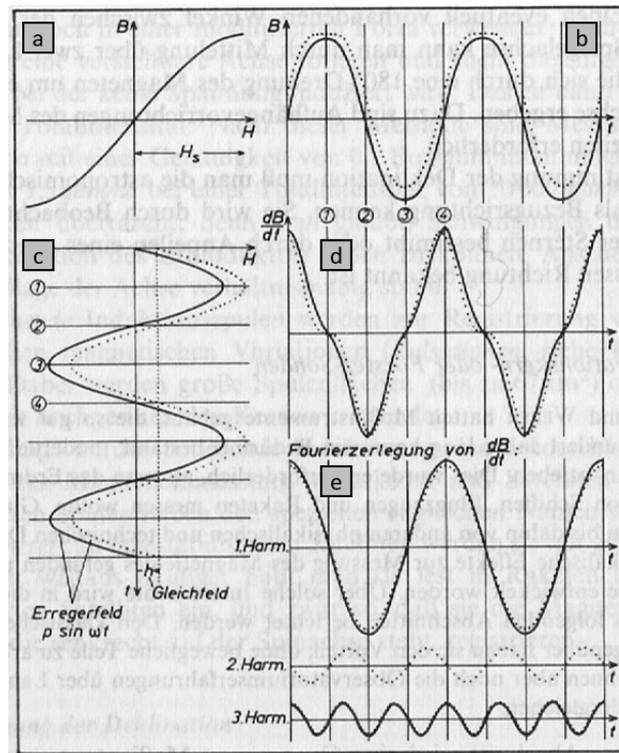


Abbildung 2.3.: Physikalisches Prinzip eines Fluxgate-Magnetometer. Für $h = H_0 = 0$ (durchgezogene Kurve) wird B zu den Zeiten ① und ③ abgeflacht. Die Ableitung ist dementsprechend bei ① und ③ flacher und bei ② und ④ spitzer als die 1. Harmonische, das bewirkt die 3. Harmonische. Für $H_0 \neq 0$ (punktierter Kurve) wird B bei ① stärker abgeflacht als bei ③. Durch die Unsymmetrie wird die 2. Harmonische erzeugt. (Kertz, 1969)

3. Versuchsdurchführung

3.1. Gerätebeschreibung

Der Versuchsaufbau besteht aus vier Komponenten. Hauptteil des Aufbaus sind zwei Aluminium-Schienen, auf denen bewegliche Halter für die Sensoren sitzen. Im Schnittpunkt dieser Schienen befindet sich ein Drehteller mit aufsetzbarem Probenhalter. Die Drehung erfolgt über einen Elektromotor, der über ein System aus Zahnrädern und Zahnriemen mit dem Drehteller verbunden ist. Der absolute Rotationswinkel des Tellers wird über einen Winkelgeber an der Motordrehachse bestimmt. Die eigentliche Messung und Datenaufnahme erfolgt mit einem Fluxgate-Magnetometer mit zwei Sensoren, die genau wie der Winkelgeber an einem Datalogger angeschlossen werden. Mit einem LabView-Programm können die Messdaten in Echtzeit abgegriffen werden. Auch der Motor kann darüber gesteuert werden. Eine detaillierte Anleitung des Programmes wird im Anhang A.2 gegeben.



Abbildung 3.1.: Versuchsaufbau. Die Position des ersten Sensors auf der langen Schiene wird während des Versuchs variiert. Der zweite Sensor bleibt nach Positionierung auf der kurzen Schiene unbewegt.

3.2. Vorbereitung

Die Sensoren sind vorsichtig auf den Haltern zu befestigen. Dabei ist darauf zu achten, dass beide Sensoren in der gleichen Ausrichtung und Orientierung zueinander positioniert werden (siehe Abbildung 3.1). Die Kabel sind beschriftet und werden an die entsprechenden Anschlüsse des Dataloggers gesteckt (siehe Abbildung 3.2). Dieser wird dann über ein Netzwerkkabel mit dem Internet verbunden. Als Stromquelle dient ein Netzteil. Schließlich wird der Datalogger über den Knopf eingeschaltet. Der Motor wird über ein Kabel mit der Steuerungseinheit (siehe Abbildung 3.3) verbunden. Dabei ist auf die Polung der Kabel zu achten. Die Steuerungseinheit wird über ein serielles Kabel mit dem Rechner verbunden und erhält Strom über ein weiteres Netzteil.

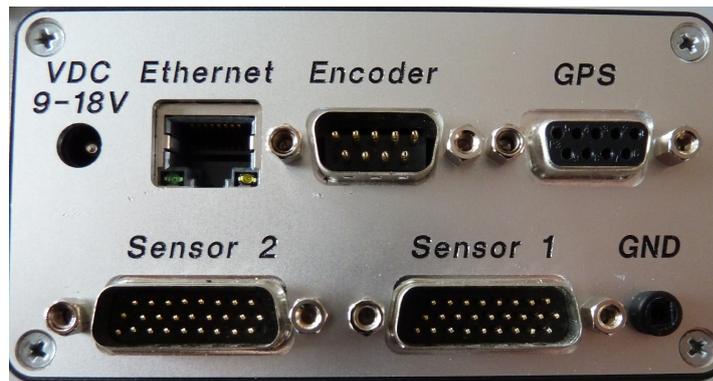


Abbildung 3.2.: Anschlüsse des Dataloggers. Die Stecker der Sensoren sind beschriftet, der Winkelgeber wird an den *Encoder*-Eingang angeschlossen.



Abbildung 3.3.: Aufsicht der Motorsteuerungseinheit. Die Kabel des Motors werden in die oberen beiden Anschlüsse gesteckt. Eine Verpolung der Kabel ändert die Drehrichtung des Motors. Für die Steuerung über das LabView-Programm muss der Schalter in der oberen Position, also auf *Auto*, stehen. Steht der Schalter auf *Ein*, läuft der Motor dauerhaft. Eine Steuerung über den Computer ist dann nicht möglich.

Wichtig: Die Kabel sollten so positioniert und geführt werden, dass sie keine Stolperfallen bilden und sich während der Messungen nicht bewegen. Dies beeinträchtigt die Datenqualität.

Für den ersten Versuchsteil müssen beide Sensoren in gleichem Abstand zum Drehteller angebracht werden. Der Abstand zwischen Mittelpunkt Sensor und Mittelpunkt Drehteller sollte dabei jeweils ca. 20 cm zwischen den Mittelpunkten des Drehtellers und der Sensoren betragen. Wichtig ist hierbei, dass der Abstand zwischen den Sensoren und dem Drehteller jeweils möglichst identisch ist und genau vermessen wird. Eine Genauigkeit von unter einem Millimeter ist hier anzustreben, weshalb die Positionierung mithilfe des Messschiebers erfolgt.

Im zweiten Versuchsteil wird dann der erste Sensor entlang der langen Schiene bewegt, während der zweite Sensor an seiner Position verharrt. Zur Gewährleistung der Vergleichbarkeit sollte darauf geachtet werden, zunächst alle Messungen mit dem ursprünglichen Aufbau durchzuführen und erst dann mit dem Umbau zu beginnen.

Da die Sensoren sehr sensibel auf Änderungen des Magnetfeldes reagieren, ist für eine gute Datenqualität darauf zu achten, dass vermeidbare Störeinflüsse weitestgehend reduziert werden.

Daher sollten sich potentielle magnetische Gegenstände nicht in die Nähe des Versuchsaufbaus befinden (z.B. Werkzeug, andere Proben, Rucksäcke, etc.). Auch die Nutzung von elektrischen Geräten, wie Handys oder Tablets ist während der Messung zu unterlassen (zumindest sollten sie nicht bewegt werden). Während der Messung sollten sich die Versuchsteilnehmer nicht in unmittelbarer Nähe der Sensoren aufhalten.

3.3. Messung

Versuchsteil 0: Messung der Hintergrundstörungen Bei einem physikalischen Experiment ist es immer sinnvoll, die zeitabhängigen Störungen der gemessenen Größe zu kennen. Aus diesem Grund soll zunächst das Magnetfeld mit beiden Sensoren für mindestens 5 min aufgezeichnet werden. Dabei soll sich keine Probe auf dem Drehteller befinden und es ist darauf zu achten, dass keine magnetisierbaren Objekte in der Nähe des Aufbaus bewegt werden. Schauen Sie sich während dieser Leermessung die ausgegebenen Felder und auch die Differenz an, um einen Eindruck für die Störungen zu bekommen, die eventuell auch während der nachfolgenden Versuchsteile auftreten können.

Versuchsteil 1: Bestimmung der remanenter Magnetisierung durch Rotation der Probe Aus den magnetischen Eigenschaften von Gesteinsproben lassen sich viele Informationen gewinnen, wie zum Beispiel die zeitliche Einordnung einer Gesteinsschicht oder auch die Stärke und Richtung des Erdmagnetfeldes zum Zeitpunkt des Entstehens der remanenten Magnetisierung (siehe auch Abschnitt 2.1). Aus Bohrkernen wissenschaftlicher Bohrungen werden häufig kleinere Kerne entnommen, die sogenannten *Plugs*, die meistens Durchmesser von 2,54 cm und Längen von 2 cm bis 5 cm haben. An diesen Proben werden dann unterschiedliche Messungen vorgenommen um die Eigenschaften des Gesteins zu bestimmen. Dabei wird auch die remanente Magnetisierung der Proben bestimmt.

Zunächst werden Länge und Durchmesser der Proben mit einem Messschieber bestimmt. Hierbei ist darauf zu achten, dass der Messschieber korrekt ausgerichtet ist und nicht schräg angesetzt wird. Aus diesen Werten wird später das Probenvolumen berechnet.

Der nächste Schritt ist der Einbau der Probe in den Probenhalter. Es ist auf die korrekte Ausrichtung und mittige Positionierung der Probe zu achten (siehe Abbildung 3.4). Dazu den Messschieber verwenden. Für eventuelle Wiederholungsmessungen sollte die Lage der Probe notiert oder fotografiert werden. Die Schrauben dürfen nur handfest angezogen werden!

Im Anschluss daran erfolgt die magnetische Vermessung der Proben. Diese erfolgt für jede Probe nach folgendem Schema:

1. Starten der Aufzeichnung. Wenn alle magnetischen Objekte aus der Nähe des Messaufbaus entfernt wurden, wird die Aufzeichnung der Daten über das LabView Fenster gestartet. Es sollte mit 10 Hz Messfrequenz gearbeitet werden.
2. Leermessung. Für die Auswertung wird das Hintergrundfeld benötigt. Dazu wird eine Leermessung ohne Probe und Probenhalter für 10 s - 20 s durchgeführt. Das Einschalten des Motors ist hierzu nicht nötig.

3. Positionierung des Probenhalters auf dem Drehteller und Durchführung der Messung. Bei laufender Aufzeichnung wird nun die Probe in dem Halter auf den Drehteller in Position I (Schraublöcher des Probenhalters auf der Oberseite zu sehen) gesetzt. Nachdem alle Anwesenden einen genügend großen Abstand zum Aufbau eingenommen haben wird der Motor gestartet und drei volle Umdrehungen ausgeführt.
4. Im Anschluss wird der Probenhalter entfernt und erneut für 10 s - 20 s erneut eine Leermessung aufgenommen. Diese dient als Qualitätskontrolle. Im Idealfall sollten dieselben Werte für die Gradienten wie zu Beginn der Messung gemessen werden. Sind die Abweichungen hier zu groß (gemessen an den Objektanomalien) sollte die Messung wiederholt werden.
5. Stoppen der Aufzeichnung.

Diese Messabfolge wird für drei Orientierungen durchgeführt. In der ersten Orientierung sind die Schraublöcher des Probenhalters auf der Oberseite zu sehen. Für die zweite Orientierung wird der Probenhalter um 90° um die Zylinderachse gedreht, in der dritten Orientierung zeigt die Zylinderachse senkrecht nach oben.



Abbildung 3.4.: Probenhalter mit eingebauter Probe. Die Probe ist in der Halterung entsprechend auszurichten um den Messaufbau zu vereinheitlichen und Messergebnisse vergleichbar zu machen.

Eine weitere Beurteilung der Datenqualität kann direkt im LabView-Programm während der Messung erfolgen. Generell sollte das Rauschen, bzw. Störsignale in der Differenz zwischen beiden Sensoren (rechte Diagramme im LabView Fenster) deutlich kleiner als das Signal der Probe sein, ansonsten muss die Messung wiederholt werden. Dazu sollte noch einmal kontrolliert werden, ob sich keine metallischen Gegenstände in der Nähe befinden. Sind in den Daten während der Leermessung starke Sprünge zu sehen, die auch im Differenzbild sichtbar sind, sollte mit der Messung so lange gewartet werden, bis sich ein ruhigeres Hintergrundfeld eingestellt hat.

Dieser Versuchsteil wird für die vier Gesteinsproben, die Referenzprobe und den Permanentmagneten durchgeführt. Zusätzlich soll eine der Gesteinsproben mehrmals vermessen und ausgewertet werden (min. dreimal insgesamt) um die Genauigkeit der Methode über die Reproduzierbarkeit der Ergebnisse zu untersuchen.

Versuchsteil 2: Überprüfung des Dipol-Abstandsgesetzes Die magnetische Anomalie eines Körpers lässt sich mithilfe einer Multipolentwicklung beschreiben, wobei der einfachste Term der Dipol ist. Dabei gilt, dass eine Dipol-Anomalie mit r^{-3} abfällt, während Terme höherer Ordnung

stärker abfallen. Im Fernfeld kann somit jeder magnetisierte Körper in guter Näherung durch einen Dipol beschrieben werden. Zur Überprüfung des r^{-3} -Abstandsgesetzes eines magnetischen Dipols wird die Probe mit dem Permanentmagneten im Probenhalter so auf dem Drehteller ausgerichtet, dass die Zylinderachse senkrecht steht. Der erste Sensor wird entlang der Schiene bewegt, während der zweite Sensor als Referenzsensor an seiner Position verharret. In mehreren Abständen zur Probe werden nun Werte aufgenommen, wobei die Probe während der Messungen nicht gedreht wird. Es sollen in mindestens 15 Abständen Daten aufgenommen werden. Dabei ist es ratsam, eine höhere Datendichte bei kleinen Abständen zu wählen, um die Abfallcharakteristik bestmöglich zu erfassen.

Um ortsabhängige Variationen zu korrigieren, müssen zusätzliche Leermessungen durchgeführt werden. Dafür wird bei jeder Sensorposition die Probe vom Drehteller entfernt und eine weitere Messung durchgeführt.

Messablauf für den zweiten Versuch:

1. Permanentmagnet in die Probenhalterung einbauen und senkrecht auf dem Drehteller platzieren (Position III). Sicherstellen, dass die Magnetisierungsrichtung nach unten zeigt, da sonst für kleine Distanzen die Magnetometer übersteuern könnten (Addition von Anomaliefeld und Hintergrundfeld statt Subtraktion).
2. Verschieben des Sensors 1, fixieren der Halterung (nur handfest!) und Abstandsbestimmung zwischen Mittelpunkt Sensor und Mittelpunkt Probe.
3. Starten der Aufzeichnung, min. 10 s aufzeichnen.
4. Entfernen der Probe für Leermessung (wieder min. 10s aufzeichnen).
5. Beenden der Messung.

Versuchsteil 3: Suszeptibilitätsmessungen mit Suszeptibilitätsmessgerät Zur Bestimmung der Suszeptibilität der in Versuchsteil 1 untersuchten Proben, wird ein tragbares Suszeptibilitätsmessgerät (Modell SM30) verwendet. Dieses funktioniert nach dem Prinzip einer Induktionsspule.

Um eine Probe zu vermessen, wird diese in einer Schaumstoffhalterung platziert. Das Messgerät wird nun so auf der Halterung positioniert, dass die Zylinderachse durch die mittlere Taste verläuft. Der Aufbau ist auf dem Holztisch zu platzieren. Die eigentliche Messung erfolgt in zwei Schritten: Zunächst wird eine Messung der Probe vorgenommen, im Anschluss daran folgt eine Messung ohne Probe, wobei das Ende einer Messung durch ein akustisches Signal angegeben wird. Die Pause zwischen den beiden Messungen ist begrenzt, sodass das Entfernen der Probe aus der Halterung zügig geschehen muss. Damit die Leermessung sämtliche externen Einflüsse wie zum Beispiel die Unterlage erfasst, sollte diese genau so wie die Messung mit Probe durchgeführt werden. Dabei ist nicht nur auf die gleiche Ausrichtung von Probenhalter und Messgerät zu achten, sondern ebenfalls darauf, dass beide Messungen mit derselben Handhaltung der Messperson durchgeführt werden.

Die Proben haben ein begrenztes Volumen im Vergleich zu dem vom Messgerät erfassten Volumen. Daher muss die ermittelte Suszeptibilität über einen Formfaktor umgerechnet werden, um den korrekten Wert zu erhalten. Für diese Umrechnung steht ein Korrekturchart zur Verfügung, der in Abbildung 3.5 dargestellt ist. Anhand der Länge und des Durchmessers der Probe soll daraus der Korrekturfaktor abgeschätzt werden. Das Suszeptibilitätsmessgerät hat

ein hohes Auflösungsvermögen, was notwendig ist, da die Suszeptibilitäten der Proben sehr klein sein können.

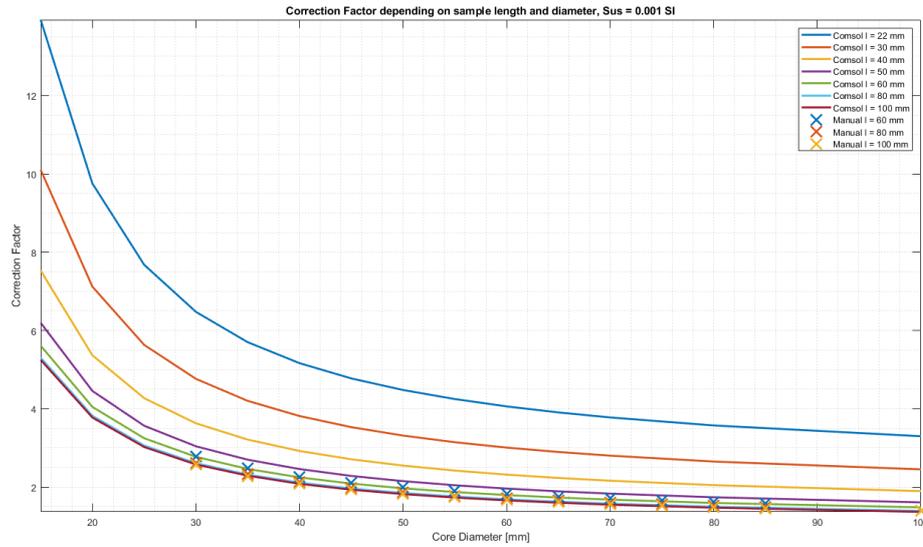


Abbildung 3.5.: Korrekturchart für Messungen mit dem Suszeptibilitätsmessgerät. Aufgetragen ist der Korrekturfaktor über dem Durchmesser der Probe, wobei die Probenlänge farblich kodiert ist. Die Kurven stammen aus Berechnungen in Comsol, die Kreuze stellen die Werte aus der Bedienungsanleitung des Messgerätes dar.

Auch hier soll mindestens eine Probe mehrmals vermessen werden um wiederum die Genauigkeit anhand der Reproduzierbarkeit zu untersuchen.

4. Auswertung

Dieses Kapitel beschreibt die genauen Abläufe der Auswertung. Die zu bearbeitenden Aufgaben finden Sie in Kapitel 5. Für weitergehende Details zur Auswertung siehe (Kulüke, 2017).

4.1. Das Modell zur Anpassung der Daten

Für die Auswertung der Rotationsmessungen an den Zylinderproben wird vereinfachend die Näherung durch ein Dipolmodell verwendet. Da bei den zu vermessenden Probenkörpern Durchmesser und Länge ähnlich sind, wird das Modell als hinreichend angenommen. Bei ausgedehnten Zylinderproben wäre das Modell womöglich nicht mehr hinreichend und es könnte beispielsweise die analytische Lösung über ein Ellipsoidenmodell genutzt werden.

Die Modellfunktion für einen Dipol soll von den Studierenden selbst erarbeitet werden. Falls für die Auswertung Matlab genutzt wird, kann diese Funktion direkt in das MATLAB-Skript *MagFeldDipol.m* eingebaut werden.

4.2. Anpassung der Daten

Das Dipolmodell wird an die gemessenen Daten angepasst. Dies wird z.B. durch einen *least squares fit* erreicht. Freie Parameter sind die drei Komponenten der remanenten Magnetisierung. Dazu muss das Modell so verwendet werden, dass die Orientierung der Proben auf dem Drehteller berücksichtigt wird. Um alle drei Komponenten der remanenten Magnetisierung bestimmen zu können, sollen die Proben in drei Orientierungen vermessen werden. Die Betrachtung der Differenz der Sensoren erhöht die Genauigkeit und verringert das Signal-Rausch-Verhältnis des Hintergrundfeldes.

Der Prozess der Datenauswertung wird den Studenten in MATLAB zur Verfügung gestellt, kann aber auch selbständig mittels anderer Software durchgeführt werden. Eine Erläuterung zu den MATLAB Funktionen befindet sich im Anhang A.3.

Zur Bestimmung der Parameter sind folgende Arbeitsschritte notwendig:

1. Einlesen der Daten. Für jede Orientierung einer Probe wird das entsprechende Datenfile eingelesen und einer Orientierung zugeordnet.
(MATLAB: *fImportTesla.m*)
2. Kalibrieren der Daten.
(MATLAB: *CalibrateTesla.m*)

3. Berechnung des Fehlwinkels und der Drehachse zwischen den Koordinatensystemen der beiden Sensoren aus dem Bereich der Leermessung (zum Beginn oder am Ende jeder Messung) und Korrektur des Winkelfehlers in allen Messungen. Fehlwinkel und Drehachse erhält man über Skalarprodukt und Kreuzprodukt zweier Vektoren. Zur Drehung wird die Drehmatrix um eine beliebige Achse verwendet.
(MATLAB: *RotMatVecMin.m*)
4. Korrektur räumlicher Gradienten. Da die Messungen nicht in einem perfekt homogenen Magnetfeld erfolgen, kann ein Offset zwischen den beiden Sensoren existieren. Dieser hat Einfluss auf die bestimmten Parameter und muss daher in den Daten korrigiert werden.
(MATLAB: innerhalb *Auswertungsskript.m*)
5. Anpassung der Modellfunktion an die Daten (siehe Abschnitt 4.1).
(MATLAB: *MagFeldDipol.m* und *DipolModellFunktion.m*)
6. Ausgabe der bestimmten Parameter mit 95%-Konfidenzintervallen, der Residuumsnorm und der Residuenvektoren sowie Darstellung der gemessenen und angepassten Daten sowie der Residuenvektoren.
(MATLAB: *JacobiFehler.m*)

4.3. Das r^{-3} -Gesetz

Für die Auswertung des zweiten Versuchsteils müssen zunächst die Daten aufbereitet werden. Da hier die Orientierung der Sensoren untereinander durch das ständige Verschieben stärker als im ersten Versuchsteil variieren kann, werden hier nur die Totalfelder analysiert. Insgesamt sind folgende Schritte für die Datenaufbereitung auszuführen:

1. Korrektur der zeitabhängigen Störungen für Sensor 1 für jede Position j . Dazu wird von Sensor 1 die Messung von Sensor 2 subtrahiert. Da Sensor 2 aber auch die Anomalie von dem Magneten misst (und natürlich auch das statische Hintergrund), muss dieser Einfluss durch eine zusätzliche Korrektur über den **zeitlichen Mittelwert** des Feldes bei Sensor 2 beseitigt werden. Dies muss für die Messungen mit und ohne Objekt (mO , bzw. oO) durchgeführt werden.

$$\vec{B}_{mO,zkorr}^j(t) = \vec{B}_{mO}^j(t) - \left(\vec{B}_{mO}^j(t) - \overline{\vec{B}_{mO}^j(t)} \right) \quad (4.1)$$

$$\vec{B}_{oO,zkorr}^j(t) = \vec{B}_{oO}^j(t) - \left(\vec{B}_{oO}^j(t) - \overline{\vec{B}_{oO}^j(t)} \right) \quad (4.2)$$

2. Berechnung der Mittelwerte der zeitkorrigierten Magnetfelder mit und ohne Objekt:

$$\overline{\vec{B}_{mO}^j} = \overline{\vec{B}_{mO,zkorr}^j(t)} \quad (4.3)$$

$$\overline{\vec{B}_{oO}^j} = \overline{\vec{B}_{oO,zkorr}^j(t)} \quad (4.4)$$

3. Berechnung des Anomalievektors des Magneten und Korrektur des inhomogenen Hintergrundfeldes durch Differenzbildung zwischen der gemittelten Messung mit und ohne Objekt:

$$\Delta \vec{B}^j = \overline{\vec{B}_{mO}^j} - \overline{\vec{B}_{oO}^j} \quad (4.5)$$

4. Berechnung des Betrages der korrigierten Anomalie:

$$\Delta BT^j = \sqrt{(\Delta \vec{B}_x^j)^2 + (\Delta \vec{B}_y^j)^2 + (\Delta \vec{B}_z^j)^2} \quad (4.6)$$

Stellen Sie die Totalfeldanomalie ΔBT^j der Probe über dem Abstand dar und passen Sie eine geeignete Funktion an um das r^{-3} -Gesetz zu überprüfen. Berücksichtigen Sie bei dieser Funktion einen Skalenfaktor, eine Offsetverschiebung, sowie eine absolute Abweichung der Positionsbestimmung. Zusätzlich soll auch der Exponent als freier Parameter angepasst werden. Insgesamt sollte die Funktion also vier Freiheitsgrade haben:

$$f(x) = a(x - b)^d + c \quad (4.7)$$

5. Aufgaben

1. Analysieren Sie die Signale der langen Leermessung aus Versuchsteil 0. Gehen Sie auch auf die Differenz zwischen den Sensoren ein, da diese für die weitere Verarbeitung entscheidend ist. Verwenden Sie beliebige Methoden der Signalanalyse.
2. Für die Umrechnung der Magnetisierung in das Magnetische Moment wird das Probevolumen benötigt. Bestimmen Sie dafür Radius und Länge der Proben mit einem Messschieber.
3. a) Erstellen Sie eine Funktion, mit der der Vektor des Magnetfeldes einer magnetisierten Kugel (ideales Dipolfeld) an einem beliebigen Punkt berechnet werden kann. Die Eingabeparameter sollen der Magnetisierungsvektor, das Volumen, die Suszeptibilität und der Ort der Messung sein. Wenn Sie MATLAB nutzen, verwenden Sie die Vorlage der Funktion *MagFeldDipol.m*. Diese Funktion können Sie dann für die Auswertung der Messungen (Aufgabe 3) nutzen.
b) Berechnen Sie mit dieser Funktion die drei Komponenten des Magnetfeldes an einem fixen Punkt für den Fall, dass sich die Kugel einmal um die vertikale Achse dreht und stellen Sie das Ergebnis graphisch dar.
4. Berechnen Sie mit dem zur Verfügung gestelltem Matlab-Skript für alle vermessenen Proben die remanente Magnetisierung unter Annahme eines Dipols sowie das Dipolmoment für alle drei Komponenten und bestimmen Sie den Betrag des magnetischen Moments. Verwenden Sie für die Auswertung die bestimmten Suszeptibilitäten aus dem Versuchsteil 3.
5. Welchen Gesteinsarten können die Proben zugeordnet werden? Verwenden Sie zur Einordnung die Abbildung 2.1 sowie die Tabelle 2.1 und vergleichen Sie diese mit den von Ihnen bestimmten Werte der Suszeptibilität und der remanenten Magnetisierung. Diskutieren Sie.
6. Bestimmen Sie die Abstandsabhängigkeit der Stärke der magnetischen Anomalie indem Sie den Permanentmagneten in verschiedenen Abständen vermessen.
a) Stellen Sie die Messergebnisse und die angepasste Funktion in einer geeigneten Weise dar.
b) Im Fernfeld lässt sich jeder magnetisierte Körper in guter Näherung durch einen Dipol beschreiben. Je geringer die Entfernung zum Körper ist, desto größer wird der Einfluss höherer Ordnungen. Schätzen Sie ab, ab welchem Abstand Sie sich im Fernfeld der Probe befinden und somit die Beschreibung als Dipol hinreichend genau ist.

A. Anhang

A.1. Ergänzende Rechnungen

In diesem Abschnitt werden einige ergänzende Rechnungen kurz vorgestellt, die für die Auswertung hilfreich sein können.

Fehlerabschätzung über die Jacobi-Matrix Lässt man sich aus dem *Least Squares Curve Fit* bei der Anpassung des Modells an die Daten die Jacobi-Matrix J ausgeben, so können daraus die Vertrauensintervalle der einzelnen Parameter abgeschätzt werden. Mit dem Residuenvektor \vec{r} , dessen Länge n (Anzahl der Datenpunkte multipliziert mit der Dimension der Daten, in diesem Fall bei dreikomponentigen Magnetfelddaten ist n das Dreifache der Datenpunktzahl) und der Anzahl der freien Parameter m ist

$$\sigma^2 = \frac{|\vec{r}|}{n - m} \quad (\text{A.1})$$

$$\underline{\underline{\text{Cov}}} = \left(\underline{\underline{J}}^T \underline{\underline{J}} \right)^{-1} \sigma^2 \quad (\text{A.2})$$

$$\vec{e} = 2 \sqrt{\text{diag} \left(\text{Cov}^T \right)} \quad (\text{A.3})$$

mit dem Vektor der 95%-Konfidenzintervalle \vec{e} .

Minimaler Winkel und Drehachse zwischen zwei Vektoren Das Problem der Drehung eines Vektors \vec{v} auf einen Vektor \vec{w} ist im Allgemeinen unterbestimmt, denn es gibt unendlich viele Kombinationen von Drehungen, die dieses Problem lösen. Es ist jedoch möglich, den minimal möglichen Winkel φ und die dazugehörige Drehachse \vec{a} zu berechnen und daraus eine Rotationsmatrix $\underline{\underline{R}}$ zu bestimmen. Dabei gilt für die Drehachse

$$\vec{a} = \frac{\vec{v} \times \vec{w}}{|\vec{v} \times \vec{w}|} \quad (\text{A.4})$$

und für den Drehwinkel

$$\varphi = \arccos \left(\frac{\vec{v} \cdot \vec{w}}{|\vec{v}| |\vec{w}|} \right). \quad (\text{A.5})$$

$$(\text{A.6})$$

Die entsprechende Rotationsmatrix ist

$$\underline{\underline{R}} = \begin{pmatrix} \cos(\varphi) + a_x^2(1 - \cos(\varphi)) & a_x a_y(1 - \cos(\varphi)) - a_z \sin(\varphi) & a_x a_z(1 - \cos(\varphi)) + a_y \sin(\varphi) \\ a_x a_y(1 - \cos(\varphi)) + a_z \sin(\varphi) & \cos(\varphi) + a_y^2(1 - \cos(\varphi)) & a_y a_z(1 - \cos(\varphi)) - a_x \sin(\varphi) \\ a_x a_z(1 - \cos(\varphi)) - a_y \sin(\varphi) & a_y a_z(1 - \cos(\varphi)) + a_x \sin(\varphi) & \cos(\varphi) + a_z^2(1 - \cos(\varphi)) \end{pmatrix}. \quad (\text{A.7})$$

A.2. Steuerung des LabView-Programmes

Die Messungen werden über das LabView-Programm *MagnetikVersuch*, welches sich als Verknüpfung auf dem Desktop befindet, gesteuert. Starten Sie diese Anwendung und Sie finden die Benutzeroberfläche aus Abbildung A.1 vor, jedoch sehen Sie noch keine Signale. Der Pfeil [1] ist nach Start des Programmes noch *weiß*, was bedeutet, dass sich das Programm noch nicht im Ausführungsmodus befindet. Wählen Sie zunächst auf der Schaltfläche COMport [2] den Wert *COM3* aus (das kann wenige Sekunden dauern) und klicken Sie dann auf den weißen Pfeil [1]. Nun wechselt, das Programm in den operativen Modus, was Sie daran erkennen können, dass der Pfeil nun *schwarz* ist und die gemessenen Magnetfeldkomponenten dargestellt werden, wie in Abbildung A.1.



Abbildung A.1.: LabView Programm. Benutzeroberfläche im operativen Modus

- Die Diagramme zeigen die drei Komponenten des Magnetfeldes über der Zeit für Sensor 1 (links oben), Sensor 2 (links unten) und der Differenz beider Sensoren (rechts).
- Die Anzeige *Rotation Angle* [3] zeigt die aktuelle Winkelstellung des Drehtellers an.
- Auf *Motor on* [4] können Sie den Motor anschalten. Durch erneutes Klicken den Knopfes beenden Sie die Drehung durch den Motor. Dafür muss die Schaltung des Motors auf *Auto* sein (siehe Abbildung 3.3).
- Über die Schaltfläche *Number of rotations* [5] kann vorab eine ganzzahlige Anzahl an Drehung definiert werden. Diese wird dann automatisch durch Drücken des Buttons *Timer on* [6] aufgeführt und endet danach auch automatisch. Auch dafür muss die Schaltung des Motors auf *Auto* sein.

- Über die Schaltflächen *Start-* und *Stop Logging* [7] wird die Datenaufnahme begonnen und beendet. Die Lampe *Logging* leuchtet während der Datenaufnahme grün, ansonsten ist sie rot.
- Über *End Program* [8] wird das Programm beendet, d.h. es wird vom Ausführungsmodus wieder in den anfänglichen Wartezustand versetzt. Durch drücken des nun weißen Pfeiles [1] kann es wiederum gestartet werden.

Ablauf der Messungen Bringen Sie das Programm zunächst in den Ausführungsmodus. Für die Leermessung (Versuchsteil 1) und den Versuchsteil 2 werden keine Drehungen durchgeführt. Starten Sie hierbei einfach die Datenaufnahme [7] und beenden Sie sie nach einer gewissen Messzeit wieder. Wir empfehlen dafür mindestens 15 Sekunden.

Für die Rotationsmessungen im Versuchsteil 1 stellen Sie zunächst die Anzahl an Drehungen [5] ein. Wir empfehlen hier jede Messungen über drei Drehungen aufzunehmen. Starten Sie dann die Datenaufnahme [7] noch ohne eingebauten Probenhalter. Erst nach ca. 10 Sekunden Leermessung setzen Sie den Probenhalter auf den Drehteller und starten im Anschluss die Drehungen auf Timer On [6]. Diese Leermessung ermöglicht später die genauere Bestimmung des Rest-Hintergrundfeldes bzw. eine Einschätzung der Genauigkeit der Offset Korrekturen. Warten Sie, bis die Drehungen beendet sind und entfernen Sie den Probenhalter. Nun warten dann wiederum 10 Sekunden, bis sie die Messung beenden [7]. Durch die Leermessung zu Beginn und zum Ende der Messung können Sie kontrollieren, ob sich eine Offsetveränderung während der Messung ergibt. Führen Sie das Verfahren in allen drei Positionen des Probenhalters durch.

Download der gemessenen Daten Starten Sie hierfür den Browser. Über die IP-Adresse 134.169.28.133 haben Sie Zugriff auf ein Web-Interface, was dem Interface des Messinstrumentes entspricht und über das Sie dieses ebenfalls steuern können. Gehen Sie auf den Reiter *Files* und Sie sehen die Daten, deren Benennung i.d.R. ihrem Zeitstempel entspricht. Jeder Datensatz besteht aus einer A120- und einer I120-Datei. Erstere enthält die Daten, letztere Zusatzinformationen der Sensoren, die nicht weiter benötigt werden. Wählen Sie die gewünschten Daten aus und laden Sie sie über den Button *DoAction* herunter.

A.3. Übersicht wichtiger MATLAB-Funktionen

Dieser Abschnitt gibt einen Überblick der MATLAB Anwendungen, die im Rahmen der Auswertung verwendet werden können. Das zur Verfügung gestellte Hauptprogramm ist **Auswertungsskript.m**. Dort werden zu Beginn die Maße der Probe (Radius und Länge), die aus Versuchsteil 3 bestimmte Suszeptibilität der Probe, die Sensorpositionen relativ zur Probe, der Probenname, das File mit der Leermessung, sowie die Datenfiles und ihre jeweilige Orientierung angegeben.

Die Routine gliedert sich vom Ablauf her in die Definition von Parametern, das Einlesen und Kalibrieren der Datensätzen, die Anpassung der Daten durch das Modell inklusive Fehlerbestimmung und zum Schluss die Darstellung der Ergebnisse.

Innerhalb von **Auswertungsskript.m** werden folgende Funktionen aufgerufen:

- **fImportTesla.m**: Liest die Magnetfelddaten aus dem Format der A120-Datenfiles aus.
- **CalibrateTesla.m**: Kalibriert die gemessenen Werte des Magnetometers mit fest eingestellten Kalibrierparametern
- **RotMatVecMin.m**: Bestimmt die Rotationsmatrix, die für die Überführung der Daten des einen Sensors auf den anderen Sensor nötig ist
- **DipolModellFunktion.m**: Berechnet den Dipol für Rotation um die vertikale Achse.
- **MagFeldDipol.m**: Enthält das Dipolmodell, was von den Studenten selbständig erarbeitet und innerhalb des Platzhalters in der zur Verfügung gestellten Funktion integriert werden soll. Die Funktion wird innerhalb von DipolModellFunktion aufgerufen.
- **JacobiFehler.m**: Liefert die Fehlerabschätzung der Modellanpassung mithilfe der Jacobi-Matrix

Für die Anpassung der Daten wird die MATLAB Funktion **lsqcurvefit** verwendet. Dabei werden freie Parameter über eine vorgegebenen Modellfunktion an einen Datensatz angepasst. Über die Optionen können Einstellungen wie der verwendende Algorithmus, Abbruchkriterien und die Detailstufe vorgenommen und angepasst werden. Eine detaillierte Beschreibung der Funktion und aller Optionen findet sich in der MATLAB Hilfe.

Literaturverzeichnis

- Clauser, C.: Einführung in die Geophysik, Springer Berlin Heidelberg, <https://doi.org/10.1007/978-3-662-46884-5>, 2016.
- Gerthsen, C. and Meschede, D.: Physik, Springer-Lehrbuch, Springer, 23., überarb. Aufl. edn., URL http://ebooks.ciando.com/book/index.cfm/bok_id/329259, 2006.
- Kerner, H. and Wahl, W.: Mathematik für Physiker, Springer-Lehrbuch, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, zweite, überarbeitete und erweiterte Auflage edn., URL <http://dx.doi.org/10.1007/978-3-540-72480-3>, 2007.
- Kertz, W.: Einführung in die Geophysik. Band 1: Erdkörper, B. I. Wissenschaftsverlag, 1969.
- Knödel, K., Krummel, H., and Lange, G.: Handbuch zur Erkundung des Untergrundes von Deponien und Altlasten, Springer, 2nd ed. edn., URL <http://gbv.ebib.com/patron/FullRecord.aspx?p=323731>, 2005.
- Kulüke, C.: Aufbau eines Praktikumsversuchs zur Bestimmung der magnetischen Eigenschaften von zylindrischen Bohrkernproben, Masterarbeit, 2017.
- Lindner, H., Militzer, H., and Weber, F.: Gravimetrie und Magnetik, vol. 1 of *Angewandte Geophysik*, Springer, 1984.
- Lowrie, W.: Fundamentals of geophysics, Cambridge Univ. Press, 2. ed. edn., URL <http://www.loc.gov/catdir/enhancements/fy0808/2008270065-b.html>, 2007.
- Richter, I.: Moderne Magnetfeldmessgeräte, TU Braunschweig, Institut für Geophysik und extraterrestrische Physik, URL http://www.igep.tu-bs.de/lehre/skripten/mrode/mag_de_over.pdf, 2017.
- Schön, J.: Petrophysik, Enke, 1983.
- Soffel, H. C.: Paläomagnetismus und Archäomagnetismus, Springer Berlin Heidelberg, <https://doi.org/10.1007/978-3-642-76547-6>, URL <http://dx.doi.org/10.1007/978-3-642-76547-6>, 1991.
- Tipler, P. A., Mosca, G., Wagner, J., and Kommer, C.: Physik, Springer Spektrum, 7. Aufl. edn., URL <http://dx.doi.org/10.1007/978-3-642-54166-7>, 2015.