Aufgabe 1: Abweichungsrechnung

a) Vollständiges Messergebnis für $\boldsymbol{h = f(H, \varepsilon_r, C_G, C_K, C_E)}$ mit P = 95%:

Gegebene Gleichung für Füllhöhe h:

$$h = \frac{H}{\varepsilon_r - 1} \cdot \left(\frac{C_G - C_K}{C_E} - 1\right)$$

Abweichungsbehaftete Einflussgrößen: H, C_G, C_E
Als exakt anzusehende Einflussgrößen: C_K, ε_r

Für die maximalen Füllhöhe H liegt ein vollständiges Messergebnis zur benötigten Aussageunsicherheit vor. Die Angabe wird lediglich in SI-Basiseinheiten umgerechnet:

$$H = 5\ \mathrm{m}\ \pm 2{,}5 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m}\ ;\ P = 95\%$$

Die Kapazität C_K kann als exakt angesehen werden und beträgt umgerechnet in SI-Basiseinheiten:

$$C_K = 4 \cdot 10^{-11}\ \mathrm{F}$$

Umrechnung der Kapazität C_E von P = 99% auf P = 95%:

allgemein:

$$\mathrm{u}_{\alpha_1} = \mathrm{u}_{\alpha_2} \cdot \frac{\mathrm{t}_{n-1;1-\alpha_1/2}}{\mathrm{t}_{n-1;1-\alpha_2/2}}$$

mit $n_{C_E} = 25$ folgt:

$$\mathrm{t}_{n-1;1-\alpha_1/2} = \mathrm{t}_{24;0{,}975} = 2{,}064$$

$$t_{n-1;1-\alpha_2/2} = t_{24;0{,}995} = 2{,}797$$

$$\Rightarrow \quad \mathrm{u}_{C_E;95\%} = 1\ \mathrm{pF} \cdot \frac{2{,}064}{2{,}797} \approx 0{,}7379\ \mathrm{pF}$$

$$C_E = 240\ \mathrm{pF} \pm 0{,}7379\ \mathrm{pF}\ ;\ \mathrm{P} = 95\%$$

oder in SI-Basiseinheiten

$$C_E = 2{,}4 \cdot 10^{-10}\ \mathrm{F} \pm 7{,}379 \cdot 10^{-13}\ \mathrm{F}\ ;\ \mathrm{P} = 95\%$$

Berechnung des vollständigen Messergebnisses der Kapazität C_G aus der gegebenen Messreihe:

Mittelwert: $\overline{C_G} = 3376{,}625\ \mathrm{pF}$

Streuung: $S_{C_G} \approx 36{,}2331\ \mathrm{pF}$

Vertrauensbereich:

$$\mathrm{u}_{C_G} = \frac{\mathrm{S}_{C_G}}{\sqrt{n}} \cdot t_{n-1;1-\alpha/2}$$

mit: $n = n_{C_G} = 8$

$\alpha = 0{,}05$

folgt:

$$\mathrm{t}_{n-1;1-\alpha/2} = \mathrm{t}_{7;0,975} = 2{,}365$$

$$\Rightarrow \quad \mathrm{u}_{C_G} = \frac{36{,}2331\ \mathrm{pF}}{\sqrt{8}} \cdot 2{,}365 \approx 30{,}2964\ \mathrm{pF}$$

$$C_G = 3376{,}625\ \mathrm{pF} \pm 30{,}2964\ \mathrm{pF}\,;\ \mathrm{P} = 95\%$$

oder in SI-Basiseinheiten

$$C_G = 3{,}376625 \cdot 10^{-9}\ \mathrm{F} \pm 3{,}02964 \cdot 10^{-11}\ \mathrm{F}\,;\ \mathrm{P} = 95\%$$

Berechnung des Mittelwertes $\overline{h}$:

$$\overline{h} = \frac{\overline{H}}{\varepsilon_r - 1} \cdot \left(\frac{\overline{C_G} - C_K}{\overline{C_E}} - 1 \right) = \frac{5\ \mathrm{m}}{80 - 1} \cdot \left(\frac{3376{,}625\ \mathrm{pF} - 40\ \mathrm{pF}}{240\ \mathrm{pF}} - 1 \right) = 0{,}8166\ \mathrm{m}$$

Partielle Ableitungen:

$$\left.\frac{\partial h}{\partial H}\right|_{\overline{H},\overline{C_G},\overline{C_E},\varepsilon_r,C_K} = \frac{1}{\varepsilon_r - 1} \cdot \left(\frac{\overline{C_G} - C_K}{\overline{C_E}} - 1 \right) = 0{,}1633$$

$$\left.\frac{\partial h}{\partial C_G}\right|_{\overline{H},\overline{C_G},\overline{C_E},\varepsilon_r,C_K} = \frac{\overline{H}}{\varepsilon_r - 1} \cdot \frac{1}{\overline{C_E}} = 2{,}6371 \cdot 10^{8}\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{F}}$$

$$\left.\frac{\partial h}{\partial C_E}\right|_{\overline{H},\overline{C_G},\overline{C_E},\varepsilon_r,C_K} = -\frac{\overline{H}}{\varepsilon_r - 1} \cdot \left(\frac{\overline{C_G} - C_K}{\overline{C_E}^2} \right) = -3{,}6663 \cdot 10^{9}\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{F}}$$

Vertrauensbereich u_h:

$$\mathrm{u}_h = \sqrt{\left(\frac{\partial h}{\partial H} \cdot \mathrm{u}_H \right)^2 + \left(\frac{\partial h}{\partial C_G} \cdot \mathrm{u}_{C_G} \right)^2 + \left(\frac{\partial h}{\partial C_E} \cdot \mathrm{u}_{C_E} \right)^2}$$

Einsetzen der oben berechneten Werte liefert:

$$\mathrm{u}_h = \sqrt{(0{,}1633 \cdot 2{,}5 \cdot 10^{-3})^2 + (2{,}6371 \cdot 10^{8} \cdot 3{,}02964 \cdot 10^{-11})^2 + \left(-3{,}6663 \cdot 10^{9} \cdot 7{,}379 \cdot 10^{-13}\right)^2}\ \mathrm{m}$$

$$\approx 0{,}00845\ \mathrm{m}$$

Vollständiges Messergebnis für Füllhöhe h:

$$\boldsymbol{h = 0{,}8166\ \mathrm{m} \pm 0{,}00845\ \mathrm{m}\ ;\ P = 95\%}$$

Aufgabe 2: χ^2-Test

a) Überprüfung auf Poisson-Verteilung mit $\lambda = 2,9$ auf Signifikanzniveau $\alpha = 0,05$:

Es soll überprüft werden, ob die für insgesamt $n = 1800$ Stunden ermittelten Anzahlen von Service-Anfragen einer Poisson-Verteilung genügen. Der Parameter λ der zum Vergleich heranzuziehenden Verteilung wurde anhand der beobachteten Verteilung mit $\lambda = 2,9$ abgeschätzt. Die Überprüfung erfolgt mittels eines χ^2-Tests.

Die für den Test benötigten theoretischen Häufigkeiten E_i ergeben sich aus der Wahrscheinlichkeitsfunktion der Poisson-Verteilung:

$$P_\lambda(X = k) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}$$

Der Wert k steht für die möglichen Ergebnisse, also die Anzahl der pro Stunde ermittelten Anfragen. Theoretisch könnte k damit alle Werte aus der Menge der natürlichen Zahlen annehmen. Im vorliegenden Fall werden zur Vereinfachung jedoch alle Ergebnisse für die gilt $k \geq 7$ zu einer gemeinsamen Klasse zusammengefasst und somit nicht weiter unterschieden. Es gilt also:

$$k \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, \geq 7\}$$

Die Anzahl n der insgesamt untersuchten Stunden im Datensatz beträgt laut Aufgabenstellung:

$$n = 1800.$$

Damit ergeben sich die in folgender Tabelle eingetragenen (auf 6 Nachkommastellen gerundeten) theoretischen Wahrscheinlichkeiten p_i:

k	p_i	$E_i = n \cdot p_i$
0	0,055023	99,042
1	0,159567	287,221
2	0,231373	416,471
3	0,223660	402,588
4	0,162154	291,877
5	0,094049	169,288
6	0,045457	81,823
≥ 7	0,028717	51,690

Exemplarisch für $k = 0$:

$$P_{2,9}(X = 0) = \frac{2,9^0}{0!} e^{-2,9} = \frac{1}{1} e^{-2,9} \approx 0,055023$$

$k = 1$:

$$P_{2,9}(X = 1) = \frac{2,9^1}{1!} e^{-2,9} = \frac{2,9}{1} e^{-2,9} \approx 0,159567$$

$k = 2$:

$$P_{2,9}(X = 2) = \frac{2,9^2}{2!} e^{-2,9} = \frac{8,41}{2} e^{-2,9} \approx 0,231373$$

Hinweis: Die kumulierte Wahrscheinlichkeit für die Klassen mit $k \geq 7$ wird am einfachsten dadurch bestimmt, dass die Summe der Wahrscheinlichkeiten für die Klassen 0 bis 6 von der theoretischen Gesamtwahrscheinlichkeit von 1 (entsprechend 100%) subtrahiert wird.

Um auf die theoretischen absoluten Häufigkeiten zu kommen, werden die Wahrscheinlichkeiten p_i mit der Anzahl der Versuche multipliziert. Als Versuche werden hier die der beobachteten Verteilung zugrundeliegenden $n = 1800$ Stunden angesehen. Es ergeben sich so die in obiger Tabelle eingetragenen theoretischen Häufigkeiten E_i.

Hinweis: Es ist hier nicht sinnvoll, die theoretischen Häufigkeiten auf ganze Zahlen zu runden!

Die in nachfolgender Tabelle vorgenommene Zusammenstellung von empirischem und theoretischem Histogramm zeigt, dass eine Zusammenlegung von Klassen nicht erforderlich ist, da alle Klassen eine Besetzungszahl $\geq\ 5$ aufweisen. In der Folge kann dann der χ_0^2-Wert direkt aus den angegebenen B_i und E_i berechnet werden.

k	B_i	E_i	$\frac{(B_i - E_i)^2}{E_i}$
0	94	99,042	0,257
1	296	287,221	0,268
2	412	416,471	0,048
3	409	402,588	0,102
4	281	291,877	0,405
5	162	169,288	0,314
6	89	81,823	0,630
≥ 7	57	51,690	0,545
		Σ	**2,569**

$\Rightarrow \quad \chi_0^2 \approx 2{,}569$

Bestimmung der Zahl der Freiheitsgrade:

Zahl der auswertbaren Klassen: $r^* = 8$

Zahl der Parameter der Verteilungsfunktion: $s = 1$ (der Parameter λ wurde laut Aufgabenstellung aus der Stichprobe abgeschätzt)

$\Rightarrow \quad r^* - s - 1 = 8 - 1 - 1 = 6$

Festlegen der Irrtumswahrscheinlichkeit:

gegeben: $\alpha = 0{,}05$

Vergleichswert ermitteln:

$\chi^2_{r^*-s-1;1-\alpha} = \chi^2_{6;0,95} = 12{,}6$ (aus Tabelle)

Test: $\chi_0^2 > \chi^2_{6;0,95}$?

hier:

$2{,}569 \ > \ 12{,}6$ $\Rightarrow$ Die Bedingung ist **nicht** erfüllt!

$\Rightarrow$ Die Hypothese H_0 wird **nicht abgelehnt**!

$\Rightarrow$ Auf einem Signifikanzniveau von $\alpha = 0{,}05$ **wird** das beobachtete Ergebnis durch eine Poisson-Verteilung mit dem Parameter $\lambda = 2{,}9$ beschrieben!

Erläuterungen zu Aufgaben nach dem Antwort-Wahl-Verfahren:

Bei jeder Fragestellung wird im Anschluss an die Antwortalternativen angegeben, um welchen Fragetyp es sich handelt. Die möglichen Fragetypen sind nachfolgend näher erläutert.

- *Fragetyp Einfachwahl*: Bei Fragen dieses Typs ist genau eine der angebotenen Antwortalternativen korrekt. Bei Fragen dieses Typs wird nur dann eine von null Punkten verschiedene Bewertung vergeben, wenn genau die eine korrekte Antwort markiert wurde.
- *Fragetyp Mehrfachwahl*: Bei Fragen dieses Typs ist mindestens eine der angebotenen Antwortalternativen korrekt. Entsprechend können auch mehrere oder alle Antwortalternativen korrekt sein. Bei Fragen dieses Typs werden auch dann anteilig Punkte vergeben, wenn einzelne Antworten unzutreffend sind (korrekte Antwort fälschlich nicht markiert oder unkorrekte Antwort fälschlich markiert). Hierbei gilt jedoch, dass eine Frage, bei welcher keine der Antworten markiert wurde als nicht bearbeitet gilt und mit null Punkten bewertet wird.

Für alle Fragetypen gilt, dass eine Frage nicht mit weniger als null Punkten bewertet werden kann. Es werden also keine negativen Punkte vergeben.

Antwort-Wahl-Verfahren, Teil A:

3. Im Rahmen einer routinemäßigen Wareneingangsprüfung soll anhand einer Stichprobe sichergestellt werden, dass die Hall-Konstante A_H gelieferter Sensorplättchen der vereinbarten Spezifikation entspricht. Hierzu wird aus der laufenden Fertigung eine Stichprobe vom Umfang $n = 15$ entnommen und die Hall-Konstante A_H der Sensorplättchen ermittelt. Aus der Stichprobe ergibt sich ein Mittelwert der Hall-Konstanten von $\overline{A_H} = 5{,}02 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m}^3/\mathrm{C}$ und eine Streuung von $S_{A_H} = 8{,}4 \cdot 10^{-5}\ \mathrm{m}^3/\mathrm{C}$. Die Standardabweichung σ sei unbekannt.

3.1. Das Konfidenzintervall des Erwartungswertes der Hall-Konstanten A_H für eine Aussagewahrscheinlichkeit von P = 99% beträgt für diesen Fall ungefähr:

a) $A_H = 5{,}02 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m}^3/\mathrm{C} \pm 6{,}46 \cdot 10^{-5}\ \mathrm{m}^3/\mathrm{C}$; P = 99% ☒
b) $A_H = 5{,}02 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m}^3/\mathrm{C} \pm 5{,}69 \cdot 10^{-5}\ \mathrm{m}^3/\mathrm{C}$; P = 99% ☐
c) $A_H = 5{,}02 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m}^3/\mathrm{C} \pm 5{,}59 \cdot 10^{-5}\ \mathrm{m}^3/\mathrm{C}$; P = 99% ☐
d) $A_H = 5{,}02 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m}^3/\mathrm{C} \pm 4{,}64 \cdot 10^{-5}\ \mathrm{m}^3/\mathrm{C}$; P = 99% ☐
e) $A_H = 5{,}02 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m}^3/\mathrm{C} \pm 3{,}82 \cdot 10^{-5}\ \mathrm{m}^3/\mathrm{C}$; P = 99% ☐

(Fragetyp Einfachwahl)

3.2. Angenommen, es sei bekannt, dass die Standardabweichung der Hall-Konstanten $\sigma_{A_H} = 8{,}5 \cdot 10^{-5}\ \mathrm{m}^3/\mathrm{C}$ betrage. Wie groß ist dann der minimal erforderliche Stichprobenumfang n, um bei einer Aussagewahrscheinlichkeit von P = 95% das Konfidenzintervall des Erwartungswertes der Hall-Konstanten auf maximal $\pm 4 \cdot 10^{-5}\ \mathrm{m}^3/\mathrm{C}$ abschätzen zu können?

a) $n = 20$ ☐
b) $n = 19$ ☐
c) $n = 18$ ☒
d) $n = 14$ ☐
e) $n = 13$ ☐

(Fragetyp Einfachwahl)

Fortsetzung Aufgabe 3 auf der nächsten Seite

3.3. Gehen Sie davon aus, dass Mittelwert und Streuung obiger Stichprobe mit dem Erwartungswert und der Standardabweichung der Grundgesamtheit übereinstimmen. Etwa wie viel Prozent aller Sensorplättchen weisen dann eine Hall-Konstante von $4{,}9 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m}^3/\mathrm{C} \leq A_H \leq 5{,}1 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m}^3/\mathrm{C}$ auf?

a) 90,5% ☐
b) 82,9% ☐
c) 75,3% ☒
d) 24,7% ☐
e) 17,1% ☐

(Fragetyp Einfachwahl)

3.4. Angenommen, der Erwartungswert der Hall-Konstante betrage $A_H = 5 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m}^3/\mathrm{C}$. Welchen (mathematisch gerundeten) Wert dürfte die Standardabweichung σ_{A_H} der Hall-Konstante dann maximal annehmen, damit 98% der Sensorplättchen <u>innerhalb</u> des Intervalls von $4{,}9 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m}^3/\mathrm{C} \leq A_H \leq 5{,}1 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m}^3/\mathrm{C}$ lägen?

a) $3{,}81 \cdot 10^{-5}\ \mathrm{m}^3/\mathrm{C}$ ☐
b) $4{,}30 \cdot 10^{-5}\ \mathrm{m}^3/\mathrm{C}$ ☒
c) $4{,}87 \cdot 10^{-5}\ \mathrm{m}^3/\mathrm{C}$ ☐
d) $5{,}71 \cdot 10^{-5}\ \mathrm{m}^3/\mathrm{C}$ ☐
e) $6{,}34 \cdot 10^{-5}\ \mathrm{m}^3/\mathrm{C}$ ☐

(Fragetyp Einfachwahl)

4. Als Hersteller von Hall-Sensoren möchten Sie den korrekten Betrieb Ihrer Fertigung sicherstellen und entnehmen zu diesem Zweck regelmäßig Stichproben aus der laufenden Produktion aller Fertigungslinien. Für einen stark nachgefragten Typ von Hall-Sensoren betreiben Sie zwei voneinander unabhängige Fertigungslinien A und B. Aufgrund eines Anfangsverdachts möchten Sie anhand der entnommenen Stichproben untersuchen, ob der Erwartungswert μ_A der Empfindlichkeit der auf Linie A gefertigten Hall-Sensoren signifikant größer ist, als der Erwartungswert μ_B der Empfindlichkeit der auf Linie B gefertigten Hall-Sensoren.

4.1. Welcher statistische Test ist geeignet, die Frage zu beantworten?

a) t-Test für Erwartungswert ☐
b) t-Test für den Vergleich zweier Erwartungswerte bei <u>un</u>abhängigen Stichproben ☒
c) t-Test für den Vergleich zweier Erwartungswerte bei verbundenen Stichproben ☐
d) F-Test für den Vergleich zweier Streuungen bei <u>un</u>abhängigen Stichproben ☐
e) χ^2-Test ☐

(Fragetyp Einfachwahl)

4.2. Welche Alternativhypothese ist für den Test zu wählen?

a) einseitige Alternativhypothese mit $\mu_A < \mu_B$ ☐
b) einseitige Alternativhypothese mit $\mu_A > \mu_B$ ☒
c) zweiseitige Alternativhypothese mit $\mu_A \neq \mu_B$ ☐

(Fragetyp Einfachwahl)

5. Anhand zweier verbundener Stichproben A und B möchten Sie einen t-Test für verbundene Stichproben durchführen. Aus den Stichproben, die jeweils einen Umfang von $n = 10$ aufweisen, haben Sie für die paarweisen Differenzen d_i einen Mittelwert von $\overline{d} = 0{,}7$ kg und eine Streuung von $S_d = 0{,}3$ kg errechnet.

5.1. Die Testgröße t_0 beträgt in diesem Fall gerundet:

a) 10,43 ☐
b) 7,38 ☒
c) 7,0 ☐
d) 1,36 ☐
e) 0,74 ☐

(Fragetyp Einfachwahl)

5.2. Der für die Bestimmung des kritischen Wertes benötigte Freiheitsgrad s beträgt bei diesem Test:

a) 20 ☐
b) 19 ☐
c) 18 ☐
d) 10 ☐
e) 9 ☒

(Fragetyp Einfachwahl)

6. Sie möchten mittels eines t-Tests für den Erwartungswert anhand einer Stichprobe die Maßhaltigkeit einer Charge von Passstiften überprüfen. Der Nenndurchmesser der Passstifte beträgt $D_{nenn} = 4$ mm. Der Stichprobenumfang beträgt $n = 20$. Ihre Nullhypothese lautet, dass der Durchmesser der Passstifte mit dem Nennwert übereinstimmt ($\mu_x = \mu_0$). Sie wählen eine zweiseitige Alternativhypothese ($\mu_x \neq \mu_0$). Sie wählen ein Signifikanzniveau von $\alpha = 0{,}01$. Die von Ihnen berechnete Testgröße beträgt $t_0 = -2{,}74$.

6.1. Geben Sie an, ob die Nullhypothese abgelehnt oder <u>nicht</u> abgelehnt werden muss!

a) Nullhypothese wird <u>nicht</u> abgelehnt ☒
b) Nullhypothese wird abgelehnt ☐

(Fragetyp Einfachwahl)

Ende von Antwort-Wahl-Verfahren, Teil A

Antwort-Wahl-Verfahren, Teil B:

7. Geben Sie an, bei welchen der folgenden Zustandsgrößen es sich um <u>extensive</u> Grundgrößen des SI-Systems handelt!

a) Länge ☒
b) Masse ☒
c) Volumen ☐
d) elektrischer Widerstand ☐
e) elektrische Feldstärke ☐
f) Stoffmenge ☒
g) Lichtstrom ☐
h) Temperatur ☐

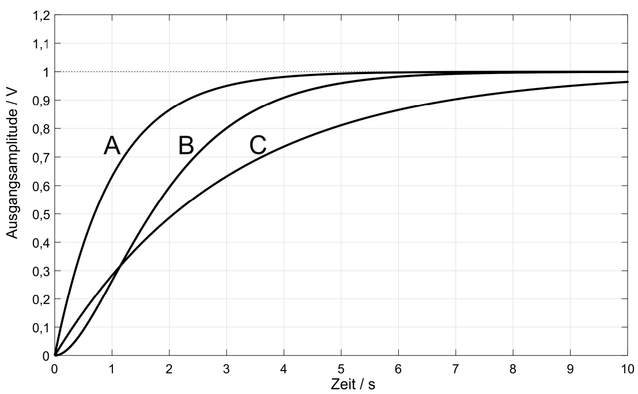
(Fragetyp Mehrfachwahl)

8. Geben Sie an, welche der folgenden Gleichungen korrekt sind!

a) $1\ \text{TW} - 100\ \text{GW} = 9{\cdot}10^{11}\ \text{W}$ ☒
b) $1\ \mu\text{V} + 1{\cdot}10^{-6}\ \text{V} = 2{\cdot}10^{-3}\ \text{mV}$ ☒
c) $1\ \text{dm}^2 + 10\ \text{cm}^2 = 1{,}1{\cdot}10^{4}\ \text{mm}^2$ ☒
d) $100\ \text{mV} \cdot 10\ \mu\text{A} = 1\ \mu\text{W}$ ☒
e) $100\ \text{cm}^3/\text{s} = 0{,}006\ \text{m}^3/\text{min}$ ☒

(Fragetyp Mehrfachwahl)

9. In nachfolgender Abbildung sind die Sprungantworten dreier – mit A, B und C bezeichneter – linearer Systeme dargestellt. Geben Sie für jedes der drei Systeme an, ob es sich um ein lineares System 1. Ordnung oder um ein lineares System 2. Ordnung handelt!



a) A: 1. Ordnung, B: 1. Ordnung, C: 1. Ordnung ☐
b) A: 1. Ordnung, B: 1. Ordnung, C: 2. Ordnung ☐
c) A: 1. Ordnung, B: 2. Ordnung, C: 1. Ordnung ☒
d) A: 1. Ordnung, B: 2. Ordnung, C: 2. Ordnung ☐
e) A: 2. Ordnung, B: 1. Ordnung, C: 1. Ordnung ☐
f) A: 2. Ordnung, B: 1. Ordnung, C: 2. Ordnung ☐
g) A: 2. Ordnung, B: 2. Ordnung, C: 1. Ordnung ☐
h) A: 2. Ordnung, B: 2. Ordnung, C: 2. Ordnung ☐

(Fragetyp Einfachwahl)

10. Ein lineares System 1. Ordnung mit der Zeitkonstanten T und dem Übertragungsfaktor $K = 2$ werde aus dem Beharrungszustand heraus zum Zeitpunkt $t = 0$ mit einer sprungförmigen Änderung der Eingangsspannung von 10 V auf −5 V beaufschlagt. Welche Spannung wird nach der Zeitdauer $t = T$ am Ausgang ungefähr anliegen?

a) −9,45 V ☐
b) −6,3 V ☐
c) 0,55 V ☐
d) 1,1 V ☒
e) 6,3 V ☐

(Fragetyp Einfachwahl)

11. Sie beobachten einen Fertigungsprozess, auf den eine große Zahl statistisch unabhängiger Einflussgrößen mit gleicher Größenordnung einwirkt. Durch welche statistische Verteilung lässt sich aller Wahrscheinlichkeit nach die Gesamtabweichung des Prozesses in guter Näherung beschreiben?

a) Gleichverteilung ☐
b) Binomialverteilung ☐
c) Hypergeometrische Verteilung ☐
d) Normalverteilung ☒
e) Poissonverteilung ☐

(Fragetyp Einfachwahl)

12. Bei dem Abtasttheorem nach Shannon handelt es sich hinsichtlich der verlustfreien Rekonstruktion der digitalisierten Daten um ein

a) hinreichendes und notwendiges Kriterium. ☐
b) hinreichendes aber nicht notwendiges Kriterium. ☒
c) nicht hinreichendes aber notwendiges Kriterium. ☐
d) nicht hinreichendes und nicht notwendiges Kriterium. ☐

(Fragetyp Einfachwahl)

13. Eine normalverteilte, dimensionslose Größe werde mit 15 Wiederholungen gemessen. Das Konfidenzintervall des Erwartungswertes wird zu $6 \leq \mu \leq 18$ bei $P = 98\%$ bestimmt. Die Standardabweichung σ sei bekannt. Geben Sie an, wie viele Wiederholungsmessungen bei unveränderter Standardabweichung mindestens durchgeführt werden müssen, um das Konfidenzintervall bei unveränderter Aussagesicherheit auf $9 \leq \mu \leq 15$ zu reduzieren!

a) 22 ☐
b) 30 ☐
c) 35 ☐
d) 45 ☐
e) 60 ☒

(Fragetyp Einfachwahl)

14. Sie untersuchen anhand empirischer Daten die Studiendauer im Bachelorstudiengang Biotechnologie. Eine Auswertung der Rohdaten liefert folgende Lage- und Streuungsparameter: Der Median der Studiendauer beträgt 7,9 Semester; der Modalwert der Studiendauer beträgt 8 Semester; der arithmetische Mittelwert der Studiendauer beträgt 8,3 Semester; der Quartilsabstand der Studiendauer beträgt 1,9 Semester; das dritte Quartil der Studiendauer liegt bei 9,1 Semestern. Geben Sie an, welche der nachfolgenden Aussagen zutreffend aus diesen Daten abgeleitet werden können!

a) Die meisten Studierenden benötigen für ihr Studium 7,9 Semester. ☐

b) Die Spanne der Studiendauer beträgt 3,8 Semester. ☐

c) Die Hälfte der Studierenden benötigt bis zum Abschluss 8,3 Semester oder mehr. ☐

d) Die Hälfte der Studierenden benötigt bis zum Abschluss zwischen 7,2 und 9,1 Semester. ☒

e) Ein Viertel der Studierenden benötigt bis zum Abschluss 9,8 Semester oder mehr. ☐

(Fragetyp Mehrfachwahl)

15. Geben Sie an, welche der folgenden Aussagen über spezielle Verteilungsfunktionen zutreffend sind!

a) Die Gaußsche Normalverteilung ist symmetrisch zum Erwartungswert μ und ihre Wendepunkte liegen bei $x = \mu \pm 2\sigma$. ☐

b) Die Binomialverteilung beschreibt den wahrscheinlichen Ausgang einer Folge gleichartiger Versuche, bei der es nur zwei mögliche Ergebnisse gibt. ☒

c) Die Poissonverteilung beschreibt selten auftretende Ereignisse. Sie wurde als Grenzfall der Binomialverteilung, für eine sehr große Zahl von Versuchen $(V \rightarrow \infty)$ und eine sehr geringe Wahrscheinlichkeit des Eintretens eines Ereignisses $(p \rightarrow 0)$ hergeleitet. ☒

d) Für eine sehr große Zahl von Versuchen $(n \rightarrow \infty)$ nähert sich die Student'sche t-Verteilung der Gaußsche Normalverteilung an. ☒

e) Erwartungswert und Varianz der Poissonverteilung sind wertgleich. ☒

(Fragetyp Mehrfachwahl)

Ende von Antwort-Wahl-Verfahren, Teil B

<u>Kurzfragen:</u>

16. **Erläutern Sie, wodurch sich *nominalskalierte* Daten und *ordinalskalierte* Daten unterscheiden! Nennen Sie für beide Datentypen je ein Beispiel!**

    Im Unterschied zu *nominalskalierten* Merkmalen können *ordinalskalierte* Merkmale in eine Rangfolge gebracht werden.

    Beispiel Nominalskala: Geschlecht

    Beispiel Ordinalskala: Dienstgrade beim Militär

17. **Grenzen Sie die Begriffe *Messwert* und *Messergebnis* gegeneinander ab!**

    Der *Messwert* ist das Ergebnis einer einzelnen Messung, er besteht aus dem Zahlenwert und der Einheit. Das *Messergebnis* hingegen wird im Allgemeinen durch eine Berechnung ermittelt und setzt sich zusammen aus einer Schätzung des Wertes der Messgröße und einer Schätzung der Unsicherheit dieser Messung.

18. **Erläutern Sie den Begriff *Repräsentativitätsfehler* und nennen Sie ein Beispiel!**

    Die tatsächlich gemessene Größe entspricht (z.B. bedingt durch eine ungeeignete Versuchsanordnung) nicht der Größe, die man eigentlich messen will.

    Beispiel: Bestimmung der Strömungsgeschwindigkeit eines Flusses mittels eines in Ufernähe befestigten Strömungssensors

19. **Von der Qualitätssicherung eines Unternehmens wird mittels eines statistischen Tests überprüft, ob die produzierte Ware den geforderten Spezifikationen entspricht. Dabei wird als Nullhypothese angenommen, dass die Ware die Spezifikation erfüllt. Auf Anweisung des Managements wird die Irrtumswahrscheinlichkeit α für diesen Test von $\alpha = 0,05$ auf $\alpha = 0,01$ reduziert. In der Folge häufen sich die Beschwerden von Abnehmern, die bemängeln, dass der Anteil des Ausschusses an der gelieferten Ware zugenommen habe. Welche Erklärung haben Sie für dieses Phänomen?**

    Die Irrtumswahrscheinlichkeit α beschreibt die Wahrscheinlichkeit für einen Fehler 1. Art (Nullhypothese ist richtig, wird jedoch fälschlich abgelehnt). Mit welcher Wahrscheinlichkeit hingegen fälschlich ein Teil ausgeliefert wird, welches nicht der Spezifikation entspricht, beschreibt der β-Wert (Wahrscheinlichkeit für einen Fehler 2. Art: Nullhypothese trifft nicht zu, wird jedoch fälschlich angenommen). α und β lassen sich im Allgemeinen nicht unabhängig voneinander beeinflussen. Eine Verringerung von α führt daher in der Regel zu einer Erhöhung von β. Im vorliegenden Fall wird daher der Ausschuss weniger zuverlässig erkannt und es werden in der Folge mehr Teile ausgeliefert, die nicht der Spezifikation entsprechen.