Klausur „Mathematische Methoden der Chemie 2“ (SS 2009), 29.07.2009

1) (a) Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der Differentialgleichung $2y''-8y'=42y$.

(b) Bestimmen Sie eine Lösung der in (a) genannten Differentialgleichung so, dass die Lösungsfunktion y mit der Steigung -5 durch den Punkt P(0,0) geht.

2) Gegeben seien die Vektoren $\vec{a}=\begin{pmatrix}-3\\1\\2\end{pmatrix}$, $\vec{b}=\begin{pmatrix}1\\0\\-1\end{pmatrix}$ und $\vec{c}(t)=\begin{pmatrix}2t\\-2\\-t^2\end{pmatrix}$. Berechnen Sie sofern definiert:

(a) $\vec{a}+\vec{b}$ (b) $\vec{a}\times\vec{b}$ (c) $|\vec{c}(1)|$ (d) $\vec{c}(-t)\cdot\vec{b}$ (e) $|\vec{b}|$ (f) $\vec{a}\times\vec{c}(-3)$ (g) $\dfrac{\vec{c}(t)}{\vec{c}(-t^2)}$

(h) den Winkel α zwischen den Vektoren $\vec{c}(1)$ und $\vec{b}$

(i) die Maßzahl der Fläche des Parallelogramms, das durch die Vektoren $\vec{c}(1)$ und $\vec{b}$ aufgespannt wird.

3) Gegeben seien die Matrizen $A=\begin{pmatrix}2&0&0\\-3&1&4\\-1&1&1\end{pmatrix}$ und die orthogonale Matrix

$$B=\frac{1}{3}\begin{pmatrix}2&-2&1\\1&2&2\\2&1&-2\end{pmatrix}.$$

Bestimmen Sie die folgenden Größen für die **Matrix *A***:

(a) Determinante, (b) Rang, (c) Eigenwerte, (d) Eigenvektoren und (e) Inverse A^{-1}.

Berechnen Sie sofern definiert: (f) $B\cdot B^T$ (g) $\dfrac{B}{B^T}$ (h) die Determinante von B.

4) Geben Sie alle möglichen Lösungen der folgenden Gleichungssysteme an:

(a) $\begin{aligned}-2x+4y&=3-7z\\ y-1&=-2x-3z\\ 2x-5y-3z&=-2\end{aligned}$ und (b) $\begin{pmatrix}-3&0&2&2\\4&1&2&-1\\4&2&3&-1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}s\\t\\u\\w\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\0\\0\end{pmatrix}$.