

**Vordiplomsklausur für Biotechnologen im Fach Mathematische Methoden,  
13.02.2003**

**Name:**

**Matr. Nr. :**

- 1) a) Berechnen Sie den folgenden Ausdruck:  $\sum_{i=1}^4 \sum_{k=-1}^1 (i^2 + k \cdot i)$
- b) Bestimmen Sie  $a$  so, dass gilt:  $\sum_{i=0}^2 \sum_{k=1}^2 (k \cdot i + a) = \prod_{i=1}^2 (a \cdot i + a)$
- 2) Gegeben seien die zwei komplexen Zahlen  $z_1 = 3 + 3 \cdot i$  und  $z_2 = 2 - i$ . Berechnen Sie die Ausdrücke: a)  $z_1 + z_2$       b)  $z_1 \cdot z_2$       c)  $z_1 / z_2$       d)  $|z_1 - z_2|$
- e) Bestimmen Sie sämtliche Lösungen der Gleichung  $x^4 = z_1$ .
- 3) Gegeben seien die zwei Vektoren  $\vec{a} = \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \\ -2 \end{pmatrix}$  und  $\vec{b} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$ . Berechnen Sie:
- a)  $\vec{a} + \vec{b}$       b)  $(3 \cdot \vec{a} - 4 \cdot \vec{b})$       c)  $|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$       d)  $\vec{a} \cdot \vec{b}$       e)  $\vec{a} \times \vec{b}$ .
- 4) Gegeben sei die Funktion  $f(x) = \ln(1+x)$ .
- a) Bestimmen Sie den Bereich der Funktion, der eine Steigung kleiner 1 aufweist.
- b) Welche Fläche schließt die Funktion mit der x-Achse zwischen den Grenzen  $x_1 = 0$  und  $x_2 = (e - 1)$  ein?
- c) Man berechne  $\int \frac{f(x-1)}{x^2} dx$ .
- d) Zeigen Sie: Die beiden Funktionen  $f(x)$  und  $g(x) = -\tan(x)$  stehen im Koordinatenursprung senkrecht aufeinander.
- 5) Berechnen Sie die Eigenwerte und normierten Eigenvektoren der Matrix
- $$M = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & -2 & 1 \\ 0 & 2 & -1 \end{pmatrix}.$$
- 6) Bestimmen Sie den Lösungsvektor der folgenden Gleichungssysteme:
- a) 
$$\begin{aligned} 2x + y + z &= 3 \\ x - 2z &= 1 \\ 6x + 4y - 2z &= 0 \end{aligned},$$
- b) 
$$\begin{aligned} 14x - 6y &= -8 - 2z \\ 3x + z &= -y \\ -2y &= -2 - 2x \end{aligned}.$$