Technische Universität Braunschweig

Institut für Physikalische und Theoretische Chemie

Klausur zur Vorlesung Mathematische Methoden der Chemie 1
27. Juli 2015

1. Bestimmen Sie die Lösung $x \in \mathcal{R}$ der folgenden Gleichungen bzw. Ungleichungen:

   (a) $\log_5 x = 1$ (b) $x^{(-1/3)} = (1/4)^{(-1/2)}$ (c) $\sin^2 x + \cos^2 x = 0$ (d) $\int_0^x y dy = \int_0^2 x dy$

   (e) $\sqrt{-x} < -1$ (f) $x + |x-1| \geq 1$ (g) $x \cdot e^x < 0$ (h) $\sum_{k=0}^{3} (x \cdot k!) > x$

2. Skizzieren Sie die folgenden Funktionen. Benutzen Sie der Übersichtlichkeit halber für jede Funktion ein eigenes Koordinatensystem.

   (a) $y(x) = 1 - x^2$ (b) $L(y) = |1 - y^2|$ (c) $R(\alpha) = \dfrac{\alpha^2}{1 + |x|}$

   (d) $T(u) = -\dfrac{1}{u^2}$ (e) $c(t) = |c_0| \cdot 10^{-t}$ (f) $s(\varphi) = \sinh(\varphi)$

3. Gegeben sei die Funktion $V(x, y, z) = z \cdot \exp(x + y)$.

   (a) Berechnen Sie $V(-1, 1, 2)$ und $\ln(V(1, 2, e))$.

   (b) Skizzieren Sie die Funktion $H(\varphi) = V(-\varphi, 2 \cdot \varphi, -1)$.

   (c) Formulieren Sie das totale Differential dV der Funktion $V(x, y, z)$.

   (d) Ermitteln Sie die Ausdrücke V_{xx}, V_{xy} und V_{zz}.

   (e) Berechnen Sie die Funktion $F(y) = \int_{-1}^{0} \int_{0}^{1} V(x, y, z) dx\, dz$. Bestimmen Sie sämtliche Nullstellen von $F(y)$.

   (f) Was besagt der Satz von Fubini? Überprüfen Sie diesen Satz am Ausdruck $\int_0^1 \int_{-1}^0 V(x, y, z) dz\, dx$.

   (g) Bestimmen Sie die reellwertigen Konstanten A und B so, dass die Funktion $V(x, y, z)$ die Differentialgleichung (DGL): $z \cdot V_{xz} = A \cdot V_y + B$ erfüllt. Ist diese DGL linear oder nicht-linear, partiell oder gewöhnlich? Welche Ordnung besitzt die DGL?

4. Berechnen Sie die folgenden Ausdrücke.

   (a) $\int \cos(z) dz$ (b) $\int \exp(x/2) dx$ (c) $\int_{-\pi}^{\pi} x^2 \cdot \sin(x) dx$ (d) $\int_0^\infty \tau \cdot \exp(-\tau) d\tau$

   (e) $\dfrac{d\; x \cdot \cos(x)}{dx}$ (f) $\dfrac{d \sin^{-1}(x)}{dx}$ (g) $\lim\limits_{x \to \infty} \dfrac{x}{x+1}$

   (h) $\lim\limits_{\Delta \to 0} \dfrac{\exp(\Lambda) - \exp(\Lambda + \Delta)}{\Delta}$ (i) $\sum_{k=0}^{\infty} \left(\frac{1}{9}\right)^k$ (j) $\sum_{j=1}^{2} \prod_{k=0}^{j} (j \cdot M)$