Modulabschlussklausur (Wiederholungsklausur) Bt-BP 05 (SS 2007), 04.10.2007

1) Gegeben seien die zwei Matrizen $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 & -2 \\ 0 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ und $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$, E sei die Einheitsmatrix. Berechnen sie, sofern definiert:

(a) $2 + A$ (b) $B + B^T$ (c) $A \cdot E - E \cdot A$ (d) A^2 (e) $A \cdot B$ (f) $|B|$ (g) $|E - B|$

(h) A^{-1} (i) $|E / A|$ (j) $B / |A|$ (k) Spur(A) (l) Rang(B)

(m) Zerlegen sie die Matrix A in eine Summe aus einer symmetrischen und einer schiefsymmetrischen Matrix.

(n) Überprüfen sie, ob die Matrix B orthogonal ist.

(o) Bestimmen sie die Eigenwerte und normierten Eigenvektoren der Matrix A.

2) Bestimmen sie die Lösung des folgenden Gleichungssystems:

$$3x - 4y - z = -4$$
$$2x + 2y - 4z = 0$$
$$7x - 9z = 1$$

3) Gegeben sei die Funktion $W(x, y, z) = (x^2 + y^2) \cdot \cos(z)$

(a) Berechnen sie $W(-1,2,0)$.

(b) Bestimmen sie das totale Differential d$W(x,y,z)$.

(c) Ermitteln sie den Gradienten grad W(x,y,z) .

(d) Berechnen sie den Ausdruck $\int W(x, y, z) dz$.

4) Man berechne (a), bestimme die Unbekannte x in (b) und gebe die Lösungsmenge für x in (c) an.

(a) $\sum_{k=1}^{2} \sum_{\ell=-1}^{1} \prod_{j=0}^{1} \left((-1)^j \cdot k + \ell \right)$ (b) $\prod_{\ell=0}^{1} \sum_{m=-1}^{1} (m + x) = \int_0^x z dz$ (c) $|x| < 1 - x$

5) Gegeben seien die Funktionen $g(x) = \sinh(x)$ und $h(x) = \cosh(x)$.

(a) Skizzieren sie die Funktionen $g(x)$ und $h(x)$ in einem rechtwinkligen Koordinatensystem.

(b) Berechnen sie den Ausdruck $[h(x)]^2 - [g(x)]^2$.

(c) Zeigen sie, dass die Ungleichung $g(x) > h(x)$ für alle $x \in \Re$ Gültigkeit besitzt.

(d) Welchen Fläche wird von den Funktionsgraphen der Funktionen $g(x)$ und $h(x)$ im ersten Quadranten eingeschlossen?

6) Gegeben seien die zwei komplexen Zahlen $x = 2 + 2i$ und $y = 3 - 4i$, $i^2 = -1$. Man berechne

(a) $x - 2$ (b) $4 \cdot y$ (c) $(x - 1) \cdot (x + 1)$ (d) $8 \cdot y \cdot x - x \cdot (8 \cdot y)$ (e) x / y (f) $|y|$ (g) $\sqrt[4]{x}$.

Geben sie die Resultate der Aufgaben (a) – (f) in der Form $a + b \cdot i$ an.

7) Bestimmen sie die Lösung $f(x)$ der Differentialgleichung $f''(x) = f'(x)$ so, dass die Lösungsfunktion im Punkt $P(0,0)$ die Steigung 5 besitzt.