Klausur „Mathematische Methoden der Chemie 1" (WS 2007/08), 23.02.2008

1. Skizzieren sie folgende Funktionen in einem rechtwinkligen Koordinatensystem. Verwenden sie der Übersichtlichkeit halber für jede Funktion ein eigenes Koordinatensystem.
   (a) $y(x) = -x^2$ (b) $y(x) = \exp(-x)$ (c) $y(x) = \tan(x)$ (d) $y(x) = \ln(x)$ (e) $y(x) = |1 - x|^2$

2. Berechnen sie im Bereich der reellen Zahlen $\Re$.
   (a) $\sin(3 \cdot \pi)$ (b) $\sinh(0)$ (c) $\ln(-e)$ (d) $\arccos(\pi)$ (e) $\sqrt{-4}$ (f) ${}^3\log(4) + {}^3\log\left(\frac{1}{4}\right)$

3. Gegeben seien die zwei komplexen Zahlen $x = 3 - 3 \cdot i$ und $y = 3 + 4 \cdot i$ mit $i^2 = -1$.
   Berechnen sie die folgenden Ausdrücke und geben sie das jeweilige Ergebnis in der Form $a + b \cdot i$ an.
   (a) $x + y$ (b) $2 \cdot y - x$ (c) $(x + y) \cdot (x - y)$ (d) x / y (e) $|y|$ (f) $\ln(x - 3)$

4. Bestimmen sie die Unbekannte $x \in \Re$ in den folgenden drei Gleichungen:
   (a) $\sum_{m=0}^{2} \sum_{n=0}^{1} (m \cdot x^n) = 9$ (b) $|x - 3| = x^2 - 3$ (c) $\lim_{\mu \to 0} \frac{\sin(x \cdot \mu)}{\mu} = 2$

5. Berechnen sie die folgenden Ausdrücke:
   (a) $\int_0^3 \sqrt{t+1}\, dt$ (b) $\int_{-s}^{+s} (s - \lambda)^2 d\lambda$ (c) $\int \frac{\ln(\sigma \cdot z)}{z} dz$ (d) $\int_{-\infty}^{1} |x \cdot e^x|\, dx$ (e) $\frac{d}{dt} \int_0^2 (t + \tan(v)) dv$

6. Gegeben sei die Funktion $W(x,y,z) = (\cos(x) + \cos(y)) \cdot z$.
   (a) Berechnen sie $W(0,0,2)$.
   (b) Bestimmen sie das totale Differential dW.
   (c) Ermitteln sie die partielle Ableitung $\frac{\partial^3 W(x,y,z)}{\partial z \partial x^2}$.
   (d) Bestimmen sie den Funktionswert $F(y)$ und die Ableitung $\frac{dF(y)}{dy}$ der Funktion
   $$F(y) = \int_1^2 \int_{-\pi}^{\pi} W(x,y,z) dx dz$$ an der Stelle $y = -\pi$.

7. Berechnen sie das Kurvenintegral $\int_C (\sin(x) dx + y \cdot \cos(y) dy)$ vom Punkt $P(0,0)$ zum Punkt $Q(\pi,0)$ entlang der Kurve $y = \sin(x)$.