Modulabschlussklausur Bt-BP 05 (SS 2007), 23.07.2007

1) Gegeben seien die drei Matrizen $A=\begin{pmatrix}3 & i\\ i & -1\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}4 & -2\\ 2 & -1\\ 0 & 0\end{pmatrix}$ und $C=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ -1 & -1 & 1\\ 2 & 1 & -1\end{pmatrix}$, $i^2=-1$.

   Berechnen sie, sofern definiert:

   (a) $2\cdot A$ (b) $B+B^T$ (c) C^T-C (d) $A^+ + A$ (e) $A\cdot B$ (f) $B^T\cdot C$ (g) $|C|$

   (h) A^{-1} (i) $|C/A|$ (j) $B/|A|$ (k) Spur(A) (l) Rang(B)

   (m) Bestimmen sie die Eigenwerte und normierten Eigenvektoren der Matrix C.

2) Bestimmen sie die Lösung des folgenden Gleichungssystems:

$$\frac{x}{3}(9+2z)=1$$
$$\frac{1}{x\cdot y}+1=\frac{z}{2y}$$
$$\frac{1}{x}-y+z=6$$

3) Bestimmen sie für das Skalarfeld $w(x,y,z)=x\cdot(y+z^2)$ und das Vektorfeld $\vec{v}(x,y,z)=\begin{pmatrix}x^2\\ x/y\\ x-z\end{pmatrix}$

   (a) $\vec{v}(1,1,0)\cdot\vec{v}(1,1,1)$
   (b) $\vec{v}(1,1,0)\times\vec{v}(1,1,1)$
   (c) das totale Differential d$w(x,y,z)$
   (d) den Gradienten grad w(x,y,z)
   (e) die Divergenz div $\vec{v}(x,y,z)$
   (f) die Rotation rot $\vec{v}(x,y,z)$

4) Man ermittle die folgenden Grenzwerte:

   (a) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sqrt[3]{1-x^3}}{1+x}$ (b) $\lim\limits_{T\to 0}[T\cdot\sin(T)]$ (c) $\lim\limits_{\mu\to 1}\frac{\mu^2-1}{\mu^3-1}$ (d) $\lim\limits_{\omega\to 0}\left(\frac{\tan(\Omega)}{\omega}-\frac{\tan(\Omega+\omega)}{\omega}\right)$

5) Man berechne die folgenden Ausdrücke:

   (a) $\int_0^1 \vartheta^{2/3}d\vartheta$ (b) $\int\frac{\alpha^2+\beta^2}{H}dH$ (c) $\int_{-e}^{e}\varphi\ln(1+\varphi^2)d\varphi$ (d) $\int_1^\infty\left|\frac{x}{w^3}\right|dw$ (e) $\frac{d}{ds}\left[\int_0^1\left(s^2+\sqrt{1-t^2}\right)dt\right]$

6) Bestimmen sie die Lösung der Differentialgleichung $y(x)+y'(x)=x$ so, dass die Lösungsfunktion $y(x)$ durch den Punkt P(0,1) verläuft.

7) Bestimmen sie eine partikuläre Lösung der partiellen Differentialgleichung $\frac{1}{2}x\frac{\partial U(x,y)}{\partial x}=U(x,y)$.