

Name:

Matr. Nr. :

1.) Berechnen Sie die folgenden Ausdrücke.

a)  $\sum_{i=1}^4 \sum_{k=-1}^1 i^{k+1}$

b)  $\sum_{k=1}^2 \prod_{j=-1}^k (j + j \cdot k)$

c) Bestimmen Sie  $x$  so, dass gilt:  $\sum_{k=0}^2 \prod_{i=1}^2 (x \cdot k + i) = \frac{15}{2} \cdot \int_0^1 x^2 \sqrt{y} dy$ .

2.) Gegeben seien die zwei komplexen Zahlen  $z_1 = 3 + 3 \cdot i$  und  $z_2 = 2 - i$ .

**Zeichnen** Sie  $z_1$  und  $z_2$  in der Gauß'schen Zahlenebene und **berechnen** Sie die Ausdrücke

a)  $z_1 + 2z_2$       b)  $z_1 \cdot z_2 + z_2 \cdot z_1$       c)  $z_2 / z_1$       d)  $(z_1 - 3i)^{(1/i)}$       e)  $\ln(z_2 + 3i)$ .

Geben Sie alle Resultate der Aufgaben a) - e) in der Form  $a + bi$  an!

3.) Berechnen Sie im Bereich der reellen Zahlen  $\mathbf{R}$

a)  $\cos\left(\frac{9}{2}\pi\right)$       b)  $\arcsin(\pi)$       c)  $\tanh(0)$       d)  ${}^3\log(9)$       e)  $\sqrt{-4}$       f)  $\sqrt[3]{-27}$

4.) Man ermittle die folgenden Grenzwerte!

(a)  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{2^x - 3^x}{x} \right)$

(b)  $\lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{1}{\ln x} - \frac{1}{x-1} \right)$

(c)  $\lim_{x \rightarrow \pi} \left( \frac{\cos x}{x} \right)$

5) Für die Funktion

$$y = \ln(x^2 + 1)$$

ist eine Kurvendiskussion durchzuführen. Man untersuche die Funktion auf das Vorhandensein von Nullstellen, Polstellen (Begründung), Extremstellen, Wendestellen sowie Symmetrie bezüglich der y-Achse bzw. bezüglich des Ursprungs. Wie verläuft die Funktion für  $|x| \rightarrow \infty$ ? Man fertige eine **Skizze** der Funktion an!

6.) Man entwickle die Funktion  $f(x) = e^{-x^2}$  in eine Taylor-Reihe um  $x_0 = 0$ . Die Entwicklung soll bis zum Glied mit  $(x - x_0)^3$  gehen.

7.)

(a) Man zeige, dass das Integral  $\int \frac{4e^x + 2}{e^{2x} - 2e^x + 1} dx$  mittels der Substitution  $e^x = t$  in das Integral

$\int \frac{4t + 2}{t^3 - 2t^2 + t} dt$  überführt werden kann.

(b) Man berechne das Integral  $\int \frac{4t + 2}{t^3 - 2t^2 + t} dt$  durch Partialbruchzerlegung.

(c) Wie lautet somit die Lösung des ursprünglichen Integrals?

8.) Man berechne für ein Gas, das der Berthelotschen Zustandsgleichung

$$p = p(V, T) = -\frac{a}{TV^2} + \frac{RT}{(V-b)}$$

gehört, die partiellen Differenzialquotienten erster und zweiter Ordnung des Druckes  $p$  nach  $V$  (molares Volumen) und  $T$  (Temperatur) und überprüfe die Gültigkeit des Satzes von Schwarz. (Anmerkung:  $a$ ,  $b$ ,  $R$  sind Konstanten.)

9.) Beim folgenden Kurvenintegral prüfe man zunächst, ob es sich beim Integranden um ein totales Differenzial handelt. Danach berechne man es mit einer geeigneten Methode.

$$\int_{(0;0)}^{(2;4)} (x dx + y dy) \quad \text{entlang} \quad y = x^2$$