Klausur „Mathematische Methoden der Chemie 2“ (SS 2007), 23.07.2007

1) Gegeben seien die drei Matrizen $A=\begin{pmatrix}3 & i\\ i & -1\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}4 & -2\\ 2 & -1\\ 0 & 0\end{pmatrix}$ und $C=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ -1 & -1 & 1\\ 2 & 1 & -1\end{pmatrix}$, $i^2=-1$.

Berechnen sie, sofern definiert:

(a) $2\cdot A$ (b) $B+B^T$ (c) C^T-C (d) $A^+ + A$ (e) $A\cdot B$ (f) $B^T\cdot C$ (g) $|C|$

(h) A^{-1} (i) $|C/A|$ (j) $B/|A|$ (k) Spur(A) (l) Rang(B)

(m) Überprüfen sie, ob die Matrix A unitär ist.

(n) Bestimmen sie die Eigenwerte und normierten Eigenvektoren der Matrix C.

2) Bestimmen sie die Lösung der Gleichungssysteme

(a) $$\frac{x}{3}(9+2z)=1 \qquad \frac{1}{x\cdot y}+1=\frac{z}{2y} \qquad \frac{1}{x}-y+z=6$$

(b) $$3x-4y-z=-4 \qquad 2x+2y-4z=0 \qquad 7x-9z=1$$

3) Bestimmen sie für das Skalarfeld $w(x,y,z)=x\cdot(y+z^2)$ und das Vektorfeld $\vec{v}(x,y,z)=\begin{pmatrix}x^2\\ x/y\\ x-z\end{pmatrix}$

(a) $|\vec{v}(0,4,-3)|$

(b) $w(1,0,2)\cdot\vec{v}(-1,-1,1)$

(c) $\vec{v}(1,1,0)\cdot\vec{v}(1,1,1)$

(d) $\vec{v}(1,1,0)\times\vec{v}(1,1,1)$

(e) den Gradienten grad w(x,y,z)

(r) die Divergenz div $\vec{v}(x,y,z)$

(g) die Rotation rot $\vec{v}(x,y,z)$

4) Bestimmen sie die Lösung der Differentialgleichung $2f(x)+f'(x)=f''(x)$ so, dass die Lösungsfunktion $f(x)$ im Punkt P(0,4) die Steigung 5 besitzt.

5) Bestimmen sie eine partikuläre Lösung der partiellen Differentialgleichung $\frac{1}{2}x\frac{\partial U(x,y)}{\partial x}=U(x,y)$.