

**Vordiplomsklausur für Biotechnologen im Fach Mathematische Methoden,  
15.02.2005**

**Name:**

**Matr. Nr. :**

1) Berechnen Sie die folgenden Ausdrücke.

a)  $\sum_{i=1}^4 \sum_{k=-1}^1 i^{k+1}$       b)  $\sum_{k=1}^2 \prod_{j=-1}^k (j + j \cdot k)$

c) Bestimmen Sie  $x$  so, dass gilt:  $\sum_{k=0}^2 \prod_{i=1}^2 (x \cdot k + i) = \frac{15}{2} \cdot \int_0^1 x^2 \sqrt{y} dy$ .

2) Gegeben seien die zwei komplexen Zahlen  $z_1 = 3 + 3 \cdot i$  und  $z_2 = 2 - i$ .

**Zeichnen** Sie  $z_1$  und  $z_2$  in der Gauß'schen Zahlenebene und **berechnen** Sie die Ausdrücke

a)  $z_1 + 2z_2$       b)  $z_1 \cdot z_2 + z_2 \cdot z_1$       c)  $z_2 / z_1$       d)  $(z_1 - 3i)^{(1/i)}$       e)  $\ln(z_2 + 3i)$ .

Geben Sie alle Resultate der Aufgaben a) - e) in der Form  $a + bi$  an!

3) Gegeben seien die zwei Vektoren  $\vec{a} = \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \\ -3 \end{pmatrix}$  und  $\vec{b} = \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}$  sowie die Matrix

$C = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -1 \\ 0 & -4 & 1 \\ 0 & 2 & -3 \end{pmatrix}$ . Berechnen Sie wenn möglich: a)  $\vec{a} + \vec{b}$       b)  $\vec{b} - 2\vec{a}$ ,

c)  $C \cdot \vec{a}$       d)  $\vec{b} \cdot C$       e)  $\vec{a} \cdot \vec{b}$       f)  $\vec{a} \times \vec{b}$       g)  $C / |\vec{a} - \vec{b}|$       h)  $C \cdot C^T$ .

i) Bestimmen Sie die Eigenwerte und normierten Eigenvektoren der Matrix  $C$ .

4) a) Welche Fläche wird im 1. Quadranten von der y-Achse und den Funktionen  $\sin(x)$  und  $\cos(x)$  eingeschlossen?

b) Bestimmen Sie die Fläche, die von den Funktionen  $\cosh(x)$  und  $\sinh(x)$  im 1. Quadranten eingeschlossen wird.

c) Bestimmen Sie die Bogenlänge des Graphen der Funktion  $\cosh(x)$  zwischen  $x = -1$  und  $x = 1$ .

5) Man löse die Differentialgleichung  $f'(x) \cdot x = f(x) + x^2$  so, dass die Funktion  $f(x)$  durch den Koordinatenursprung verläuft. Zeichnen Sie die Lösungsfunktion  $f(x)$  in einem kartesischen Koordinatensystem.

6) Bestimmen Sie den Lösungsvektor der folgenden zwei Gleichungssysteme:

a) 
$$\begin{aligned} x + y - 3z &= 6 \\ x + 2y - 4z &= 13 \\ -2x - y + 5z &= -5 \end{aligned}$$

b) 
$$\begin{aligned} 2x - \frac{1}{z} &= 3y \\ 2 + x \cdot z &= -y \cdot z \\ 4 \left( 1 - \frac{1}{x} \right) &= \frac{y \cdot z + 1}{x \cdot z} \end{aligned}$$