Klausur „Mathematische Methoden der Chemie 1“ (WS 2008/09), 26.02.2009

1. Skizzieren sie folgende Funktionen in einem rechtwinkligen Koordinatensystem. Verwenden sie der Übersichtlichkeit halber für jede Funktion ein eigenes Koordinatensystem.
   (a) $y(x) = -|x|$ (b) $y(x) = \exp(-x)$ (c) $y(x) = \cos(x)$ (d) $y(x) = -\sqrt{x}$ (e) $y(x) = \log_{10}(x)$

2. Bestimmen sie die Unbekannte x in den folgenden Gleichungen, wobei die Lösungsmenge in (a) – (c) $x \in C$ und in (d) – (g) $x \in \Re$ ist; $i^2 = -1$.

   (a) $2 \cdot x + (3+4i) = (7-8i)$ (b) $(x+1) \cdot (1+i) = 1-i$ (c) $\exp(i \cdot x) = \cos(2) + i \cdot \sin(2)$

   (d) $\sum_{n=-1}^{0} \sum_{m=0}^{4} (m + n \cdot x) = 5$ (e) $\cos(x) = 0$ (f) $\int_{-x}^{x} t^2 dt = 18$ (g) $|x-2| = 1 + |x|$

3. Bestimmen sie die erste Ableitung $y' = \frac{dy}{dx}$ der folgenden Funktionen $y = y(x)$.

   (a) $y = \exp(2 \cdot x)$ (b) $y = \frac{|\varepsilon| + x}{|\varepsilon| - x}$ (c) $y = \sin^2(x) + \cos^2(x)$

   (d) $y \cdot x = \sin(x) + \cos(y)$ (e) $y(t) = t + \sqrt{t}$ und $x(t) = t - \sqrt{t}$

4. Bestimmen Sie die ersten **vier** nicht verschwindenden Glieder der Taylor-Reihenentwicklung der Funktion $f(x) = \sqrt{x+1}$ an der Entwicklungsstelle $x_0 = 0$. Berechnen Sie mit den ersten **drei** Gliedern einen Näherungswert für $\sqrt{0{,}64}$. Wie groß ist die Abweichung zum exakten Wert? Skizieren sie die Funktion $f(x)$. Welche Fläche schließt die Funktion $f(x)$ im 2. Quadranten mit den Koordinatenachsen ein?

5. Berechnen sie die folgenden Ausdrücke:

   (a) $\int_{-\pi}^{\pi} \eta \cdot \ln(1+\eta^2) d\eta$ (b) $\int_{0}^{\infty} \exp(-\lambda) d\lambda$ (c) $\int_{0}^{1} \frac{2d\xi}{\sqrt{\xi}}$ (d) $\frac{d}{dy} \int_{0}^{2} (y + \sinh(x)) dx$

6. Gegeben sei die Funktion $\Omega(x,y,z) = (x+y)^2 - x \cdot y \cdot z$.
   (a) Berechnen sie $\Omega(1,-1,2)$.
   (b) Bestimmen sie das totale Differenzial $d\Omega$.
   (c) Bestimmen sie den Funktionswert $F(y)$ und die Ableitung $\frac{dF(y)}{dy}$ der Funktion

   $F(y) = \int_{-1}^{2} \int_{0}^{2} \Omega(x,y,z) dx dz$ an der Stelle $y = 1$.

7. Bestimmen sie die Konstanten $\alpha, \beta \in \Re$ so, dass die Funktion $\Phi(\tau) = \arcsin(\alpha) + 2 \cdot \sin\left(\frac{\tau}{\beta}\right)$

   die Differenzialgleichung (DGL) $\Phi(\tau) + 4 \cdot \Phi''(\tau) = \frac{\pi}{2}$ erfüllt. Ist die DGL gewöhnlich oder partiell, linear oder nicht-linear, homogen oder inhomogen? Bestimmen sie auch die Ordnung dieser DGL.