Wiederholung der Modulabschlussklausur Bt-BP 05 (SS 2009), 11.09.2009

1) Skizzieren Sie die folgenden Funktionen in einem rechtwinkligen Koordinatensystem; benutzen Sie für jede Funktion ein eigenes Koordinatensystem:
(a) $f(\alpha)=1-\alpha^2$ (b) $\Lambda(x)=\exp(-x)$ (c) $x(y)=-|y|$ (d) $\Omega(\varphi)=\ln(1+\varphi)$
(e) $w(x)=\dfrac{1-x^2}{1-x}$.

2) Berechnen Sie für die Funktion $u(x,y)=x\cdot\sin(y)+1$
(a) das totale Differential du (b) $\dfrac{\partial^2 u(x,y)}{\partial y^2}$ und $\dfrac{\partial^2 u(x,y)}{\partial x\partial y}$ (c) $\int\limits_{-3}^{3}\int\limits_{0}^{1} u(x,y)dxdy$
(d) $\dfrac{d}{dx}\int\limits_0^{\pi} u(x,y)dy$ (e) $\lim\limits_{y\to 0}\dfrac{u(x,y)-1}{y}$ (f) **ein** Zahlenpaar x_0,y_0, für das gilt $u(x_0,y_0)=0$.

3) Bestimmen Sie die ersten zwei nicht verschwindenden Glieder der Taylorreihenentwicklung der Funktion $f(x)=_+\sqrt{1-x^2}$ um die Entwicklungsstelle x_0=0. Berechnen Sie hiermit einen Näherungswert für $\sqrt{0{,}64}$ und vergleichen Sie diesen mit dem exakten Zahlenwert. Skizzieren Sie die Funktion $f(x)$. Bestimmen Sie auch die Umkehrfunktion $f^{-1}(x)$.

4) Berechnen Sie das Kurvenintegral $\int\limits_C \left(x^2dx+y\cdot\sin(y)dy\right)$ entlang der Parabel $y=x^2$ vom Punkt P(-2,4) zum Punkt Q(2,4).

5) Betrachten Sie die Differentialgleichung $y''+4y'+2y=2x+1$
Eine partikuläre Lösung ist gegeben durch $y_p=-3/2+2\cdot C\cdot x$, wobei $C\in R$ eine noch zu bestimmende Konstante ist.
   (a) Bestimmen Sie die Konstante C der partikulären Lösung.
   (b) Geben Sie die allgemeine Lösung der **in**homogenen Differentialgleichung an.

6) Berechnen Sie falls möglich:
(a) $\begin{pmatrix}1&3&4\\0&2&2\\-1&5&1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}2\\9\\-3\end{pmatrix}$ (b) $\begin{pmatrix}2&1&2\\-4&3&5\\1&0&3\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}4&-7&3\\0&3&8\\2&2&1\end{pmatrix}$ (c) Eigenwerte von $\begin{pmatrix}2&0&0\\1&-1&0\\1&1&3\end{pmatrix}$

(d) Inverse von $\begin{pmatrix}2&-3\\5&-5\end{pmatrix}$ (e) $\vec{x}$ mit $A\cdot\vec{x}=\vec{b}$ mit $A^{-1}=\begin{pmatrix}-1/5&2/5&2/5\\1/5&1/10&3/5\\3/5&-1/5&-1/5\end{pmatrix}$ und $\vec{b}=\begin{pmatrix}3\\-2\\6\end{pmatrix}$

7) Wieviele Lösungen hat das folgende Gleichungssystem? Geben Sie die entsprechenden Lösungen an.
$3x+2y+5z=1$
$5x+4y+7z=3$
$2x+2y+2z=2$