Technische Universität Braunschweig

Institut für Physikalische und Theoretische Chemie

Institut für Physikalische und Theoretische Chemie

apl. Prof. Dr. Uwe Hohm
Hans-Sommer-Straße 10
D-38106 Braunschweig

phone + 49 (0) 531-391-5350
fax + 49 (0) 531-391-5350
u.hohm@tu-braunschweig.de

Modulabschlussklausur
"Mathematische Methoden der Chemie"
Modul Bt-BP 05 - Bachelor Biotechnologie

Donnerstag, 23.08.2012, 08:00 – 12:00 Uhr
Ort: Hörsaal Bi 84.1
der TU Braunschweig

Bitte beachten Sie folgende Hinweise:

1. Zu allen Aufgaben ist der Lösungsweg kurz, aber verständlich anzugeben. Fertigen Sie Grafiken groß und deutlich erkennbar an. Unleserliches wird nicht bewertet.
2. Es sind keine Hilfsmittel zur Bearbeitung der Klausur erlaubt.
3. Machen Sie unbedingt die folgenden Angaben (Blockschrift):

(a) Name ………………………..…………..……   (b) Vorname ……………..……………………

(c) Matrikelnummer ………...………….……   (d) Fachsemester……….

(e) Zur Mitteilung/Veröffentlichung der Prüfungsergebnisse dieser Klausur werden zwei Möglichkeiten (**A** und **B**) angeboten. Bitte unterschreiben Sie ausschließlich die von Ihnen gewählte Variante der Notenbekanntgabe.

A ☐ Ich bin mit der Veröffentlichung meines Klausurergebnisses unter Nennung meiner Matrikelnummer, der Note und der Anzahl der erreichten Punkte im Internet einverstanden. Mir ist bewusst, dass diese Art der Internetveröffentlichung meines Prüfungsergebnisses auf http://www.pci.tu-bs.de/aghohm/lehre/BP0523082012.html von jedermann gelesen werden kann. ………………………………………. (Unterschrift)	**B** ☐ Ich möchte mein Klausurergebnis ausschließlich persönlich während der Klausureinsicht bzw. im online Prüfungsportal QIS erfahren. ………………………………………. (Unterschrift)

Vom Prüfer auszufüllen:

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	Σ
Punkte maximal	6×3 = 18	12×3 = 36	12×3 = 36	18	12	14×3 +18 60	9	189
Punkte erreicht								

Note: ....   Datum: ....   Unterschrift: ....

Modulabschlussklausur „Mathematische Methoden der Chemie“
Modul Bt-BP 05 - Bachelor Biotechnologie, 23. August 2012

1. Bestimmen Sie $x \in \mathcal{R}$ in den folgenden Gleichungen und Ungleichungen:
   (a) $(|x|-1)\cdot(|x|-2)\cdot(|x|+3)=0$ (b) $|x-1|<x$ (c) $\sum\limits_{k=0}^{2}\sum\limits_{j=-1}^{1}|k\cdot x|\cdot(j+k)\geq x+16$
   (d) $\int\limits_0^x \sqrt{\eta}d\eta = x$ (e) $\sqrt{x}+\sqrt{2\cdot x}=-2$ (f) $\sin(y)=\sin(y+x)$

2. Skizzieren Sie die folgenden Funktionen in einem rechtwinkligen Koordinatensystem und überprüfen Sie jede Funktion, ob sie gerade oder ungerade ist. Benutzen Sie der Übersichtlichkeit halber für jede Funktion ein eigenes Koordinatensystem. Achten Sie auf die korrekte Beschriftung der Koordinatenachsen! (a) $x(y)=\sqrt{y}$ (b) $\Omega(x)=-|x|/x$ (c) $H(\lambda)=\exp(-\lambda)$ (d) $U(\varphi)=\ln(\varphi^2)$ (e) $f(w)=w\cdot\exp(-x^2)$ (f) $T(x)=\cos(x)$

3. Berechnen Sie die folgenden Ausdrücke. (a) $\int \exp(s/2)ds$ (b) $\int\limits_{-2}^{1}|x^3|dx$ (c) $\int \sinh(\varphi)d\varphi$
   (d) $\int x\cdot\log_3(\eta)d\eta$ (e) $\int\limits_1^\infty \frac{\alpha+\beta}{x^{3/2}}dx$ (f) $\frac{d\ x\cdot\sqrt{x+1}}{dx}$ (g) $\frac{d\ |y^3|}{dy}$ (h) $\frac{d^2\ x\cdot\sin(u/x)}{du^2}$
   (i) dZ für $Z=Z(x,y,w)=\exp(x+y)\cdot\exp(y-w)$ (j) $\frac{\partial^3\ x^2\cdot\sqrt{y+z}}{\partial y^2\partial x}$
   (k) $\frac{d}{d\tau}\int\limits_{-3}^{3}\left(\cosh(2x)+\tau^2\right)dx$ (ℓ) $\lim\limits_{x\to a}\frac{1}{(x-a)}\cdot\sin(a-x)$

4. Bestimmen Sie die Lösung $y=y(x)$ der Differentialgleichung (DGL) $x\cdot y^2+(x^2\cdot y+y+1)\cdot y'=0$ so, dass $y(0)=1$. Geben Sie die gesuchte partikuläre Lösung in expliziter Form an. Ist die DGL linear oder nicht-linear, gewöhnlich oder partiell? Welche Ordnung besitzt die DGL?

5. Bestimmen Sie die Lösung $y=y(x)$ der Differentialgleichung (DGL) $2\cdot y''-6\cdot y'-8\cdot y=0$ so, dass die Funktion $y(x)$ mit der Steigung -15 durch den Koordinatenursprung verläuft.

6. Gegeben seien die Matrizen $\mathbf{A}=\begin{pmatrix} a & b\\ 2 & 0\end{pmatrix}$, $\mathbf{B}=\begin{pmatrix}-2 & 0\\ 1 & 2\\ 3 & 0\end{pmatrix}$, $\mathbf{D}=\begin{pmatrix}1 & 0 & 1\\ -1 & 1 & 2\end{pmatrix}$ und $\mathbf{F}=\begin{pmatrix}-5 & 0 & 0\\ 2 & 1 & 1\\ -1 & 0 & 2\end{pmatrix}$, $a,b\in\mathcal{C}$ und $i^2=-1$. Bestimmen Sie, sofern definiert:
   (a) $\mathbf{B}-\mathbf{D}^{\mathrm{T}}$ (b) $\mathbf{A}+\mathbf{F}$ (c) $\mathbf{B}^{\mathrm{T}}\cdot\mathbf{F}$ (d) $\mathbf{D}\cdot\mathbf{B}$ (e) $\mathbf{A}/\mathbf{D}$ (f) $\mathbf{B}/|\mathbf{F}|$
   (g) $\mathbf{D}^{-1}$ (h) Rang($\mathbf{D}$) (i) Spur($\mathbf{F}$) (j) $|i\cdot\mathbf{F}|$
   (k) Bestimmen Sie a und b so, dass (k1) $\mathbf{A}$ singulär ist, (k2) $|\mathbf{A}|=2+i$, (k3) $\mathbf{A}$ eine schief-symmetrische Matrix ist, (k4) die Eigenwerte von $\mathbf{A}$ $\lambda_1=1$ und $\lambda_2=0$ betragen.
   (ℓ) Bestimmen Sie sämtliche Eigenwerte und normierten Eigenvektoren der Matrix $\mathbf{F}$.

7. Bestimmen Sie die Unbekannten x, y und z im folgenden Gleichungssystem:
$$\begin{aligned} 2x+y &= 1-z\\ 3(z+y) &= x-4\\ 1-x-2z &= 5+y/2 \end{aligned},$$