Modulabschlussklausur Bt-BP 05 (SS 2008), 05.08.2008

1) Gegeben seien die drei Matrizen $A=\begin{pmatrix} -i & i \\ i & -1 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} 0 & 4 & 3 \\ -1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ und $C=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & -3 & 3 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$,

$i^2=-1$. Berechnen sie, sofern definiert:

(a) $A+B$ (b) $A+A^T$ (c) $C+1$ (d) $\frac{C}{2}$ (e) $A\cdot A$ (f) $B\cdot B$ (g) $B\cdot C$

(h) $|A|$ (i) C^{-1} (j) $\left|\frac{B}{A}\right|$ (k) Spur(A) (l) Rang(B)

(m) Bestimmen sie die Eigenwerte und normierten Eigenvektoren der Matrix C.

2) Lösen sie das Gleichungssystem

$$\begin{aligned} x &= 3\cdot(x+1)+2\cdot(y+1)+(z+1) \\ y &= (x+y)-(x+z)-(y+z) \\ z &= -(x-1)-(y-1)-(z-1) \end{aligned}\ .$$

3) Skizzieren sie folgende Funktionen in einem rechtwinkligen Koordinatensystem. Verwenden sie der Übersichtlichkeit halber für jede Funktion ein eigenes Koordinatensystem.

(a) $y(x)=|x|$ (b) $y(x)=\exp(-x^2)$ (c) $y(x)=\sin(x)$ (d) $y(x)=\ln(x)$ (e) $y(x)=-\sqrt{x}$

4) Bestimmen sie die Unbekannte $x\in\Re$ in den folgenden Gleichungen.

(a) $\int_0^x u\,du = x$ (b) $\lim_{\Lambda\to 0}\frac{\tan(\Lambda\cdot x)}{\Lambda}=4$ (c) $\int_{-\infty}^x \exp(y)\,dy=1$ (d) $|x+1|=\frac{2}{x}$

(e) $\sum_{j=1}^{2}\left(x^j\cdot\prod_{k=0}^{2} j\right)=9$

5) Bestimmen sie für das Skalarfeld $w(x,y,z)=(1+x)\cdot y+z$ und das Vektorfeld $\vec{v}(x,y,z)=\begin{pmatrix} x \\ x\cdot y \\ x-z \end{pmatrix}$

(a) $\vec{v}(0,4,-3)$ (b) $w(1,0,2)$ (c) $\vec{v}(1,1,-1)\cdot\vec{v}(0,1,1)$ (d) $\vec{v}(1,1,-1)\times\vec{v}(0,1,1)$

(e) das totale Differential $dw(x,y,z)$ (f) $\frac{\partial^2 w(x,y,z)}{\partial x\partial y}$ (g) $\int\frac{w(x,y,z)}{y}dy$

(h) den Gradienten grad w(x,y,z) (i) die Divergenz div $\vec{v}(x,y,z)$

(j) die Rotation rot $\vec{v}(x,y,z)$

6) Bestimmen sie die Lösung der Differentialgleichung $g''(x)=2\cdot g'(x)$ so, dass die Lösungsfunktion $g(x)$ mit der Steigung 1 durch den Koordinatenursprung geht.