Technische Universität Braunschweig

Institut für Physikalische und Theoretische Chemie

Modulabschlussklausur
"Mathematische Methoden der Chemie"
Modul Bt-BP 05 - Bachelor Biotechnologie

Donnerstag, 15.08.2013, 08:00 – 12:00 Uhr
Ort: Hörsaal PK 15.1
der TU Braunschweig

Institut für Physikalische und Theoretische Chemie

apl. Prof. Dr. Uwe Hohm
Hans-Sommer-Straße 10
D-38106 Braunschweig

phone + 49 (0) 531-391-5350
fax + 49 (0) 531-391-5350
u.hohm@tu-braunschweig.de

Bitte beachten Sie folgende Hinweise:

1. Zu allen Aufgaben ist der Lösungsweg kurz, aber verständlich anzugeben. Fertigen Sie Grafiken groß und deutlich erkennbar an. Unleserliches wird nicht bewertet.
2. Es sind keine Hilfsmittel zur Bearbeitung der Klausur erlaubt.
3. Machen Sie unbedingt die folgenden Angaben (Blockschrift):

(a) Name ……………………..……….…… (b) Vorname ………..……………………

(c) Matrikelnummer ………..…………….… (d) Fachsemester……….

(e) Zur Mitteilung/Veröffentlichung der Prüfungsergebnisse dieser Klausur werden zwei Möglichkeiten (**A** und **B**) angeboten. Bitte unterschreiben Sie ausschließlich die von Ihnen gewählte Variante der Notenbekanntgabe.

A ☐ Ich bin mit der Veröffentlichung meines Klausurergebnisses unter Nennung meiner Matrikelnummer, der Note und der Anzahl der erreichten Punkte im Internet einverstanden. Mir ist bewusst, dass diese Art der Internetveröffentlichung meines Prüfungsergebnisses auf http://www.pci.tu-bs.de/aghohm/lehre/BP0515082013.html von jedermann gelesen werden kann. ……………………………………….. (Unterschrift)	**B** ☐ Ich möchte mein Klausurergebnis ausschließlich persönlich während der Klausureinsicht bzw. im online Prüfungsportal QIS erfahren. ……………………………………….. (Unterschrift)

Vom Prüfer auszufüllen:

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	Σ
Punkte maximal	9	21	30 + 6 + 18 = 54	9×3 = 27	9+9 = 18	10×3 = 30	159
Punkte erreicht							

Note: ……….. Datum: ……….. Unterschrift: ……………………………….

Modulabschlussklausur „Mathematische Methoden der Chemie“ Modul Bt-BP 05 - Bachelor Biotechnologie, 15. August 2013

1. Bestimmen Sie die reellwertigen Konstanten a und b so, dass die Funktion $f(x,y) = a \cdot x + x \cdot y^b$ die Differentialgleichung $f_x + f_{xy} = y$ erfüllt.

2. Lösen Sie die Differentialgleichung $y''(x) - 3 \cdot y(x) = 2 \cdot y'(x)$ so, dass die resultierende Funktion $y(x)$ mit der Steigung 1 durch den Punkt P(0,1) verläuft. Ist die DGL gewöhnlich oder partiell, linear oder nicht-linear, homogen oder inhomogen? Welche Ordnung besitzt die DGL?

3. Gegeben seien die drei Matrizen $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} i & i \\ -1 & i \end{pmatrix}$, $\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ und $\mathbf{C} = \begin{pmatrix} -1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $i^2 = -1$.

   (a) Berechnen Sie, sofern definiert: (a1) $\mathbf{C} - \mathbf{C}$, (a2) $\mathbf{A} + \mathbf{B}$, (a3) $\mathbf{C}^{\mathrm{T}}$, (a4) $\mathbf{A}^{+}$, (a5) $\mathbf{A} \cdot \mathbf{C}$, (a6) Rang($\mathbf{C}$), (a7) Spur($\mathbf{B}$), (a8) $\mathbf{B} \cdot \mathbf{B}^{\mathrm{T}}$, (a9) $\mathbf{A}^{-1}$, (a10) $|3 \cdot \mathbf{B}|$.

   (b) Überprüfen Sie, ob die Matrix $\mathbf{A}$ unitär und die Matrix $\mathbf{B}$ orthogonal ist.

   (c) Berechnen Sie sämtliche Eigenwerte und normierten Eigenvektoren der Matrix $\mathbf{B}$.

4. Berechnen Sie die folgenden Ausdrücke: (a) $\int_1^2 (x-1)^2 d\eta$ (b) $\int \sqrt[3]{\varphi + 1} d\varphi$

   (c) $\int_0^2 \int_{-1}^1 \exp(x-y) \cdot z dz\, dy$ (d) $\int_0^1 \frac{x+2}{x^2-4} dx$ (e) $\int \ln(x) dx$ (f) $\frac{\partial^2 \sin(x \cdot y)}{\partial x \partial y}$

   (g) $\lim\limits_{m \to 0} \frac{x \cdot \sin(m \cdot x)}{m}$ (h) $\sum_{k=1}^{2} \prod_{\ell=-2}^{0} (k-\ell)^2$ (i) $\sum_{j=0}^{2} \sum_{m=-1}^{j} j \cdot (1+m)$

5. Bestimmen Sie die Unbekannten x, y und z in den folgenden zwei Gleichungssystemen:

   (a) $\begin{aligned} 1 + 3x + y + z &= 0 \\ 2y &= x + 2z - 2 \\ -2x - 3y &= -z - 1 \end{aligned}$ (b) $\begin{aligned} x^2 + 4z &= 5y \\ 2 - z &= 2y - x^2 \\ 3x^2 - 5 &= z - 3y \end{aligned}$.

6. Bestimmen Sie die Unbekannte $x \in \mathcal{R}$ in den folgenden Gleichungen bzw. Ungleichungen.

   (a) $|x^2 - 1| > 2$ (b) $\sqrt{x-1} \geq -2$ (c) $\int_{-1}^{2} x \cdot |x \cdot y| dy = -5$ (d) $\sum_{k=-4}^{2} \sum_{\ell=0}^{1} x \cdot (\ell - 1) = 1$

   (e) $\sin(x) = \cos(x)$ (f) $\log_x(2) = 4$ (g) $\lim\limits_{m \to \infty} \sqrt{\frac{x^2 \cdot (m-1)^2}{1 + 2 \cdot m^2}} = 2$ (h) $1 = 3 \cdot \sum_{j=0}^{\infty} x^{-j}$

   (i) $\sin^2(x) \leq (1 - \cos(x)) \cdot (1 + \cos(x))$ (j) $|x - 3 \cdot i| < 4$ mit $i^2 = -1$.