Wiederholungsklausur „Mathematische Methoden der Chemie 1“ (WS 2007/08), 20.03.2008

1. Berechnen sie im Bereich der reellen Zahlen $\Re$:

   (a) (-2)! (b) $\sin^2(1)+\cos^2(1)$ (c) 85% von $\frac{1}{17}$ (d) $\sqrt[5]{2^{-10}}$ (e) $\tan\left(\frac{\pi}{2}\right)$.

2. Gegeben seien die zwei komplexen Zahlen $x = 1 + i$ und $y = -2 + 2i$ mit $i^2 = -1$.
   (a) Zeichnen sie die beiden Zahlen in der Gauß'schen Zahlenebene.
   (b) Geben sie die Eulerdarstellung für die zwei Zahlen x und y an.
   (c) Berechnen sie: $x + y$, $|x-1|$, $(3 \cdot x + y \cdot 3) - ((x + y) \cdot 3)$, y/x, $\sqrt{x}$. Geben sie für die ersten vier Ausdrücke das jeweilige Ergebnis in der Form $a + b \cdot i$ an.

3. Gegeben sei die Funktion $y(x) = \cos(x)$.
   (a) Skizzieren sie die Funktion.
   (b) Ist diese Funktion gerade oder ungerade?
   (c) Geben sie die Periode der Funktion an.
   (d) Skizzieren sie die Umkehrfunktion $y^{-1}(x) = \arccos(x)$ und geben sie deren Definitions- und Wertebereich an.
   (e) Bestimmen sie die ersten drei nicht verschwindenden Glieder der Taylorreihenentwicklung $\sum_{n=0}^{\infty} y^{(n)}(x_0)\frac{(x-x_0)^n}{n!}$ der Funktion $\cos(x)$ um die Entwicklungsstelle $x_0 = 0$.

4. Berechnen sie die folgenden Ausdrücke:

   (a) $\int \alpha \cdot \frac{1}{1+x^2} d\alpha$ (b) $\int_1^e \frac{du}{u}$ (c) $\int_0^1 \frac{dx}{2\sqrt{x}}$ (d) $\int_{-1}^{1} \sin(\omega) \cdot \exp(-\omega^2) d\omega$ (e) $\frac{d}{d\lambda}\int_0^{\lambda}(x^2 + \lambda)dx$.

5. Gegeben sei die Funktion $f(t) = \exp(-|t|)$, $t \in \Re$.
   (a) Skizzieren sie die Funktion.
   (b) Berechnen sie die Fouriertransformierte $F(\omega) = \mathrm{F}[f(t)] = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{+\infty} f(t)e^{-i\omega t}dt$.
   (c) Skizzieren sie die Fouriertransformierte.

6. Gegeben sei die Differentialgleichung $x - f(x) \cdot f'(x) = 0$.
   (a) Geben sie die Ordnung der Differentialgleichung an. Ist sie gewöhnlich oder partiell, linear oder nicht-linear?
   (b) Handelt es sich um eine exakte Differentialgleichung?
   (c) Bestimmen sie $a,b,n \in \Re$ so, dass die Funktion $f(x) = \sqrt{a + b \cdot x^n}$ Lösung der Differentialgleichung ist.