Modulabschlussklausur Bt-BP 05 (Wiederholungsklausur SS 2008), 18.09.2008

1) Gegeben seien die drei Vektoren $\vec{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ -4 \end{pmatrix}$ und $\vec{c}(t) = \begin{pmatrix} t \\ t \\ 1 \end{pmatrix}$ .Berechnen sie, sofern definiert:

   (a) $\vec{a} + \vec{b}$ (b) $2\vec{b}$ (c) $\vec{a} \cdot \vec{b}$ (d) $\vec{a} \times \vec{b}$ (e) $\vec{a} / \vec{b}$ (f) $|\vec{a} - \vec{b}|$ (g) $\vec{b} - 1$

   (h) $\vec{c}(t) \times \vec{c}(-t)$ (i) $\int_0^2 \vec{c}(t) \cdot \vec{c}(-t) dt$

   (j) Bestimmen sie t im Vektor $\vec{c}(t)$ so, dass die Vektoren $\vec{a}$ und $\vec{c}(t)$ senkrecht aufeinander stehen.

   (k) Bestimmen sie t im Vektor $\vec{c}(t)$ so, dass die Vektoren $\vec{c}(t)$ und $\vec{b}$ parallel zueinander sind.

   (l) Untersuchen sie, ob es ein $t \in \Re$ gibt, so dass die Vektoren $\vec{a}$ und $\vec{c}(t)$ einen Winkel von $\pi / 4$ mit einander einschließen.

2) Lösen sie die Gleichungssysteme (a) $\begin{array}{c} 3x + y = 5 - 2z \\ 2y + z = 2 + x \\ 7z - 2x = 15 - 11y \end{array}$ und (b) $\begin{array}{c} 2x^2 = y - 4z \\ -x^2 + y + z = -6 \\ 3y - 6z = 4x^2 - 4 \end{array}$.

3) Gegeben sei die Funktion $y(x) = _+\sqrt{1+x}$.
   (a) Bestimmen sie die Umkehrfunktion $y^{-1}(x)$ der Funktion $y(x)$.
   (b) Skizzieren sie Funktion und Umkehrfunktion in einem rechtwinkligen Koordinatensystem.
   (c) Welche Fläche schließt die Funktion $y(x)$ mit der x-Achse zwischen den Grenzen x=0 und x=3 ein?
   (d) Bestimmen sie den Bereich der Funktion $y(x)$, in dem die Steigung kleiner als 0.5 ist.
   (e) Entwickeln sie die Funktion $y(x)$ um die Stelle x=0 in eine Taylorreihe und bestimmen sie die ersten drei nichtverschwindenden Glieder dieser Reihenentwicklung. Berechnen sie damit einen angenäherten Wert von $\sqrt{0.9}$.

4) Bestimmen sie eine **partikuläre** Lösung $H(x,y)$ der partiellen Differentialgleichung $\frac{\partial H(x,y)}{\partial y} = \sin(x) + 1$ so, dass $H(0,0)=1$.

5) Bestimmen sie die Lösung der Differentialgleichung $2f(x) + f''(x) = 0$ so, dass die Lösungsfunktion $f(x)$ mit der Steigung 1 durch den Punkt $P(0,2)$ geht.

6) Gegeben sei die Funktion $W(x,y,z) = y \cdot z^x$.
   (a) Berechnen Sie $W(-2,4,2)$.
   (b) Berechnen sie $W(3,2i,-i)$ mit $i^2 = -1$
   (c) Bestimmen Sie x so, dass $W(x,3,4)=48$.
   (d) Berechnen Sie das totale Differential $dW(x,y,z)$.
   (e) Bestimmen Sie die gemischte partielle Ableitung $\frac{\partial^3 W(x,y,z)}{\partial z \partial y \partial x}$.
   (f) Berechnen Sie $\int_{-1}^{0} \int_{0}^{1} W(x,y,z) dx dy$.
   (g) Untersuchen sie, ob die Funktion $W(x,y,z)$ eine Eigenfunktion des Operators $\Omega = \frac{\partial}{\partial y}$ ist. Bestimmen sie gegebenenfalls den dazu gehörigen Eigenwert.