Technische Universität Braunschweig

Institut für Physikalische und Theoretische Chemie

Klausur zur Vorlesung "Mathematische Methoden der Chemie 2" (SS 2012)

Montag 23.07.2012, 12:00 – 15:00 Uhr
Ort: Hörsaal Zi 24.1
der TU Braunschweig

Institut für Physikalische und Theoretische Chemie

apl. Prof. Dr. Uwe Hohm
Hans-Sommer-Straße 10
D-38106 Braunschweig

phone + 49 (0) 531-391-5350
fax + 49 (0) 531-391-5350
u.hohm@tu-braunschweig.de

Bitte beachten Sie folgende Hinweise:

1. Zu allen Aufgaben ist der Lösungsweg kurz, aber verständlich anzugeben. Fertigen Sie Grafiken groß und deutlich erkennbar an. Unleserliches wird nicht bewertet.
2. Es sind keine Hilfsmittel zur Bearbeitung der Klausur erlaubt.
3. Machen Sie unbedingt die folgenden Angaben (Blockschrift):

(a) Name ……………………..…………..…… (b) Vorname ……………..………………………

(c) Matrikelnummer ………...………………. (d) Fachrichtung ……………..………………………

(e) Fachsemester……….

(f) Zur Mitteilung/Veröffentlichung der Prüfungsergebnisse dieser Klausur werden zwei Möglichkeiten (**A** und **B**) angeboten. Bitte unterschreiben Sie ausschließlich die von Ihnen gewählte Variante der Notenbekanntgabe.

A ☐ Ich bin mit der Veröffentlichung meines Klausurergebnisses unter Nennung meiner Matrikelnummer, der Note und der Anzahl der erreichten Punkte im Internet einverstanden. Mir ist bewusst, dass diese Art der Internetveröffentlichung meines Prüfungsergebnisses auf http://www.pci.tu-bs.de/aghohm/lehre/ma223072012.html von jedermann gelesen werden kann. ……………………………………….. (Unterschrift)	**B** ☐ Ich möchte mein Klausurergebnis ausschließlich persönlich während der Klausureinsicht bzw. im online Prüfungsportal QIS erfahren. ……………………………………….. (Unterschrift)

Vom Prüfer auszufüllen:

Aufgabe	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**Σ**
Punkte maximal	**6**	**18**	**10×3 + 2×3 = 36**	**8×3 = 24**	**8×3 + 6 + 6×3 = 48**	**3x3 = 9**	**141**
Punkte erreicht							

Note: ……….. Datum: ……….. Unterschrift: ……………………………….....

Technische Universität Braunschweig

Institut für Physikalische und Theoretische Chemie

Klausur zur Vorlesung Mathematische Methoden der Chemie 2
23. Juli 2012

1. Bestimmen Sie die Konstanten $a, b \in \mathcal{R}$ so, dass die Funktion $\Lambda = \Lambda(x, y, z) = x^2 \cdot y^2 \cdot \cos(x \cdot z)$ die Differentialgleichung (DGL) $\Lambda_{zz} + a \cdot x^2 \cdot \Lambda = b$ erfüllt.

2. Lösen Sie die Differentialgleichung $2y''(x) + 3y'(x) = -y(x)$ so, dass die resultierende Funktion $y(x)$ in P(0,1) eine waagerechte Tangente besitzt. Ist die DGL gewöhnlich oder partiell, linear oder nicht-linear? Welche Ordnung besitzt die DGL?

3. Gegeben seien die drei Vektoren $\vec{a} = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix}$ und $\vec{c}(\eta) = \begin{pmatrix} \eta^2 - \eta \\ \eta + 1 \\ -\eta^2 \end{pmatrix}$, $\eta \in \mathcal{R}$.
   (a) Berechnen Sie, sofern definiert: (a1) $\vec{a} - \vec{b}$, (a2) $-2 \cdot \vec{b} + \vec{a}$, (a3) $\vec{c}(2)$, (a4) $\vec{b} - 1$, (a5) $\vec{a}/|\vec{b}|$, (a6) $\frac{d\vec{c}(\eta)}{d\eta}$, (a7) $\vec{b} \cdot \vec{c}(-1)$, (a8) $\vec{a} \times \vec{b}$, (a9) $\frac{\vec{a}}{\vec{b}}$, (a10) $\frac{\vec{a} \times \vec{c}(1)}{\vec{a} \cdot \vec{c}(1)}$.
   (b) Bestimmen Sie η so, dass (b1) $\vec{c}(\eta)$ und $\vec{b}$ senkrecht aufeinander stehen, (b2) $\vec{c}(\eta)$ senkrecht auf der $x-$Achse steht.

4. Gegeben sei das Skalarfeld $u(x, y, z) = x \cdot z/\exp(y)$ sowie das Vektorfeld $\vec{w}(x, y, z) = (x + z)\vec{i} + \exp(x + z)\vec{j} + \sin(z + y)\vec{k}$. Berechnen Sie, sofern definiert:

   (a) grad $u(x, y, z) = \nabla u(x, y, z)$, (b) grad $\vec{w}(x, y, z) = \nabla \vec{w}(x, y, z)$,
   (c) $\Delta u(x, y, z) = \nabla^2 u(x, y, z)$, (d) $\Delta \vec{w}(x, y, z) = \nabla^2 \vec{w}(x, y, z)$,
   (e) div $u(x, y, z) = \nabla \cdot u(x, y, z)$, (f) div $\vec{w}(x, y, z) = \nabla \cdot \vec{w}(x, y, z)$,
   (g) rot $u(x, y, z) = \nabla \times u(x, y, z)$, (h) rot $\vec{w}(x, y, z) = \nabla \times \vec{w}(x, y, z)$.

5. Gegeben seien die drei Matrizen $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} -3i & 1 \\ 1+i & 0 \end{pmatrix}$, $\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 0 & 4 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ und $\mathbf{C} = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 0 & 0 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$, $i^2 = -1$.
   (a) Berechnen Sie, sofern definiert: (a1) $\mathbf{B} - \mathbf{A}$, (a2) $|\mathbf{A}| \cdot \mathbf{B}$, (a3) $\mathbf{C}^{\mathrm{T}}$, (a4) $\mathbf{A}^{+}$, (a5) $\mathbf{C} \cdot \mathbf{A}$, (a6) $|\mathbf{C}|$, (a7) $\mathbf{B}/\mathbf{A}$, (a8) $\mathbf{B}^{-1}$.
   (b) Zerlegen Sie die Matrix $\mathbf{A}$ in eine Summe aus einer symmetrischen und einer schiefsymmetrischen Matrix.
   (c) Berechnen Sie sämtliche Eigenwerte und normierten Eigenvektoren der Matrix $\mathbf{B}$.

6. Bestimmen Sie die Unbekannten x, y und z im folgenden Gleichungssystem $\begin{array}{rcl} 3x - z & = & y + 4 \\ x + 4y - 6z & = & -4 \\ (y - z)/3 + 8 & = & 2x \end{array}$.