Wiederholungsklausur zur Vorlesung „Mathematische Methoden der Chemie 2“, SS 2008, 18.09.2008

1) Gegeben seien die drei Vektoren $\vec{a}=\begin{pmatrix}3\\-1\\2\end{pmatrix}$, $\vec{b}=\begin{pmatrix}2\\2\\-4\end{pmatrix}$ und $\vec{c}(t)=\begin{pmatrix}t\\t\\1\end{pmatrix}$ .Berechnen sie, sofern definiert:

   (a) $\vec{a}+\vec{b}$ (b) $2\vec{b}$ (c) $\vec{a}\cdot\vec{b}$ (d) $\vec{a}\times\vec{b}$ (e) $\vec{a}/\vec{b}$ (f) $|\vec{a}-\vec{b}|$ (g) $\vec{b}-1$
   (h) $\vec{c}(t)\times\vec{c}(-t)$ (i) $|\vec{c}(1)|$.

   (j) Bestimmen sie t im Vektor $\vec{c}(t)$ so, dass die Vektoren $\vec{a}$ und $\vec{c}(t)$ senkrecht aufeinander stehen.

   (k) Bestimmen sie t im Vektor $\vec{c}(t)$ so, dass die Vektoren $\vec{c}(t)$ und $\vec{b}$ parallel zueinander sind.

   (l) Untersuchen sie, ob es ein $t\in\Re$ gibt, so dass die Vektoren $\vec{a}$ und $\vec{c}(t)$ einen Winkel von $\pi/4$ mit einander einschließen.

2) Gegeben seien die Matrizen $A=\begin{pmatrix}1&1&-2\\1&2&0\\2&-1&1\end{pmatrix}$ und $B=\begin{pmatrix}0&1&2\\1&0&1\\0&-4&2\end{pmatrix}$.

   (a) Bestimmen sie: Rang(A), Spur(B), A^T und B^{-1}.
   (b) Untersuchen sie, ob die Matrix B orthogonal ist.
   (c) Bestimmen sie die Unbekannte φ in der Gleichung $\varphi\cdot\left(|A|+|B|\right)=|A+B|$.
   (d) Zerlegen sie die Matrix A in die Summe aus einer symmetrischen und einer schiefsymmetrischen Matrix.

3) Lösen sie die Gleichungssysteme (a) $\begin{aligned}3x+y&=5-2z\\2y+z&=2+x\\7z-2x&=15-11y\end{aligned}$ und (b) $\begin{aligned}2x^2&=y-4z\\-x^2+y+z&=-6\\3y-6z&=4x^2-4\end{aligned}$.

4) Bestimmen sie die Lösung der Differentialgleichung $2f(x)+f''(x)=0$ so, dass die Lösungsfunktion $f(x)$ mit der Steigung 1 durch den Punkt $P(0,2)$ geht.

5) Zeigen sie: Die Funktion $f(\omega)=a\cdot\exp(-i\cdot b\cdot\omega)$, mit $a,b=\text{const.}$, $i^2=-1$, ist eine Eigenfunktion des Operators $\hat{\Omega}_1=\frac{d^2}{d\omega^2}$, die Funktion $g(\eta)=\eta\cdot\exp(-\eta^2/2)$ ist eine Eigenfunktion des Operators $\hat{\Omega}_2=-\frac{d^2}{d\eta^2}+\eta^2$. Bestimmen sie in beiden Fällen die dazu gehörigen Eigenwerte.