Alphabetsreduktion

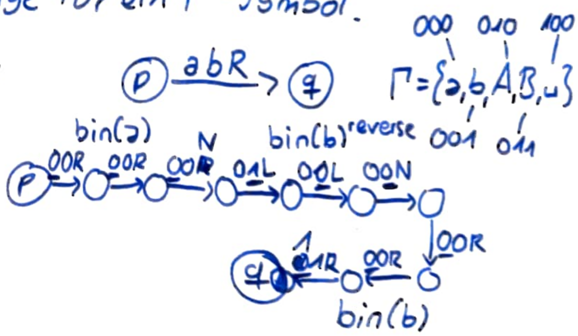
Idee: $\underbrace{\text{TMs}}_{\text{Aussagen über}}$ sind nicht spezialisiert auf das benutzte Alphabet

Theorem. 1.9: Sei $M = \langle Q, \Sigma, \Gamma, \sqcup, q_0, \delta, Q_F \rangle$ eine TM.
Es gibt eine Abbildung $bin : \Gamma^* \to \{0,1\}^*$, sowie eine TM
$M_{bin} = \langle Q', \{0,1\}, \{0,1,\sqcup\}, \sqcup, q_0', \delta', Q_F' \rangle$ mit $w \in \mathcal{L}(M) \Leftrightarrow bin(w) \in \mathcal{L}(M_{bin})$.

Wenn M deterministisch ist, dann ist es auch M_{bin}.
Wenn M ein Entscheider ist, dann ist es auch M_{bin}.
Die Zeit- und Platz-Komplexität von M_{bin} ist nur um einen konstanten Faktor höher.

Idee: Mindestens $k = \lceil ld\, |\Gamma| \rceil$ bits für jedes Symbol
Eventuell steht dann nicht jede k-bit-Folge für ein Γ-Symbol.

Um einen Schritt von M zu simulieren:

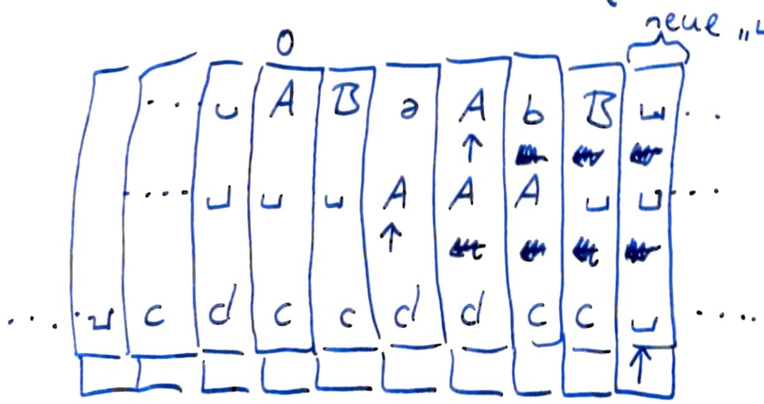


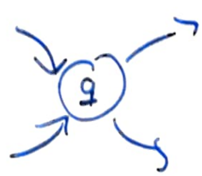
- Lese k bits, vergleiche dabei mit ~~dem~~ dem, was die Transition lesen würde.
- Überschreibe diese k Bits mit dem, was die Transition schreiben würde
- Bewege dich um k Bits in die richtige Richtung.

Vor der Simulation, prüfe dass die Eingabe $x \in \{0,1\}^*$ tatsächlich in $bin(\Sigma)^*$ liegt.

k-Band-Turingmaschinen

Eine k-Band-TM benutzt $\delta \subseteq Q \times (\Gamma \times \Gamma \times \{L, N, R\})^k \times Q$





Lemma 1.8. Zu jeder k-Band-TM M_k gibt es eine 1-Band-TM M ~~m~~, die M_k <u>effizient</u> simuliert.

Idee: Nutze $\Gamma' = (\Gamma \times \{\uparrow, \square\})^k$ $\quad |\Gamma'| = (2|\Gamma|)^k$

$$\Sigma' = \{ s\square \sqcup\square \dots \sqcup\square \} \mathrel{\hat=} \left[\begin{matrix} s \\ \square \\ \sqcup \\ \square \\ \vdots \\ \sqcup \\ \square \end{matrix}\right] \mid s \in \Sigma \} \quad |\Sigma| = |\Sigma'|$$

Ausgehend von der Startkonfiguration braucht es nun einen ersten Schritt:

$$(q_0') \xrightarrow{\left[\begin{smallmatrix} x \\ \square \\ \vdots \\ x \\ \square \end{smallmatrix}\right] \left[\begin{smallmatrix} x \\ \uparrow \\ \vdots \\ x \\ \uparrow \end{smallmatrix}\right] N} (q_0)$$

Füge den „Pfeil" für die Kopfpositionen aller Bänder auf Zelle 0 ein.

Um eine Transition von M_k zu simulieren

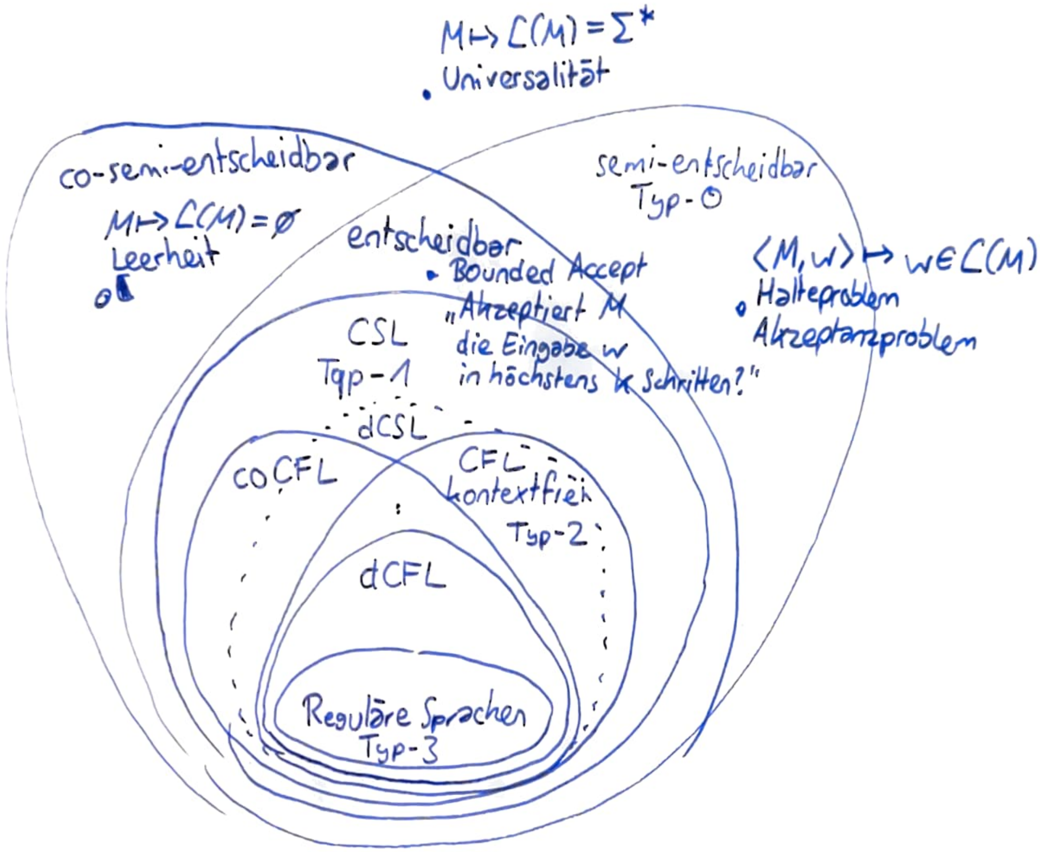
$$(p) \xrightarrow{\left[\begin{smallmatrix} a & b & L \\ c & d & R \\ e & f & N \end{smallmatrix}\right]} (q)$$

- Teste der Reihe nach, ob in jedem „Band" der passende Buchstabe steht.
- Ersetze die Buchstaben auf jedem „Band" der Reihe Nach
- Bewege die Kopfpositionen auf jedem „Band" d.R.n.

Die Simulations-Maschine M akzeptiert gdw. sie einen Zustand erreicht, der einen akzeptierenden Zustand von M_k simuliert.

Wenn also $w \in L(M_k)$ ist, dann gibt es eine akzeptierende Berechnung $(q_0 w) \longrightarrow^* \Gamma^* q_F \Gamma^*$. Diese wird von M simuliert. Die dazugehörige M-Berechnung akzeptiert. $w \in L(M)$.

Falls $w \in L(M)$, dann gibt es eine akzeptierende M-Berechnung. Diese muss eine M_k-Berechnung simuliert haben, die in $q_F \in Q_F$ endete $\Rightarrow w \in L(M_k)$.


M ↦ L(M) = Σ*
• Universalität
co-semi-entscheidbar
M ↦ L(M) = ∅
Leerheit
semi-entscheidbar
Typ-0
⟨M,w⟩ ↦ w ∈ L(M)
• Halteproblem
Akzeptanzproblem
entscheidbar
• Bounded Accept
„Akzeptiert M die Eingabe w in höchstens k Schritten?"
CSL
Typ-1
dCSL
coCFL
CFL
kontextfrei
Typ-2
dCFL
Reguläre Sprachen
Typ-3